



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**ANALÝZA NEJISTOT PŘI VÝPOČTU ZBYTKOVÝCH
NAPĚTÍ**

ANALYSIS OF UNCERTAINTIES IN THE CALCULATION OF RESIDUAL STRESSES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

KRISTIÁN DUBRAVEC

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. TOMÁŠ NÁVRAT, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Kristián Dubravec**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Tomáš Návrát, Ph.D.**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Analýza nejistot při výpočtu zbytkových napětí

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Obsahem práce bude vytvoření programu pro vyhodnocení velikosti nejistoty zbytkových napětí určených různými postupy. Pro výpočet nejistot bude využito analytického a numerického přístupu. Pro zpracování je vhodné využít volně dostupných prostředků jako např. Python, knihoven Matplotlib, SciPy, Numpy, apod.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Vytvoření výpočtových modelů nosníků pro určení deformací a napětí s uvažováním stochastických vstupů
- 2) Výpočet zbytkových napětí podle normy ASTM E-837-01
- 3) Výpočtové posouzení velikosti nejistot na hodnoty zbytkových napětí

Seznam doporučené literatury:

ASTM Designation E-837-01. ASTM Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gauge Method. United States, 2001.

ŠVAŘÍČEK, Karel, 2007. Využití numerických simulací a neuronových sítí ke zdokonalení odvrťovací metody zjišťování zbytkové napjatosti, dizertační práce, FSI VUT v Brně

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Práca sa zaoberá analýzou neistôt pri výpočte zvyškových napätí, ktoré sú po hĺbke homogénne a merané metódou vrtania otvoru. Stochastický prístup je vysvetlený na modeloch nosníkov. Nachádza sa tu teória zvyškových napätí. V jazyku Python je vytvorený zdrojový kód na vyhodnocovanie zvyškových napätí deterministicky aj stochasticky. Je uskutočnená citlivostná analýza vstupných parametrov.

Summary

This thesis is about analysis of uncertainties in the calculation of residual stresses, which are homogeneous and measured by the hole-drilling method. Stochastic approach is explained using models of beams. Theory of residual stresses is included. Source code for evaluating residual stresses deterministically and stochastically is created using the Python language. Sensitivity analysis of input parameters is performed.

Klíčová slova

zvyškové napätia, metóda vrtania otvoru, neistota, citlivosť, stochastický prístup

Keywords

residual stresses, hole-drilling method, uncertainty, sensitivity, stochastic approach

DUBRAVEC, K. *Analýza nejistot při výpočtu zbytkových napětí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2019. 47 s. Vedoucí doc. Ing. Tomáš Návrát, Ph.D.

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému *Analýza neistôt pri výpočte zvyškových napätí* vypracoval samostatne pod vedením doc. Ing. Tomáša Návrata, Ph.D. s použitím odbornej literatúry a zdrojov uvedených v zozname v tejto práci.

Kristián Dubravec

Na tomto mieste by som rád poďakoval mômu školiteľovi doc. Ing. Tomášovi Návratovi, PhD. za cenné rady, ochotný prístup a čas, ktorý mi pri konzultáciách venoval.

Kristián Dubravec

Obsah

1 Úvod	3
2 Stochastický prístup k modelovaniu prutov	5
2.1 Kombinovane namáhaný prut	5
2.1.1 Deterministický prístup - analytické riešenie	6
2.1.2 Deterministický prístup - MKP	10
2.1.3 Stochastický prístup	11
2.2 Cyklicky namáhaný prut s trhlinou	12
2.2.1 Deterministický prístup - analytické riešenie	13
2.2.2 Deterministický prístup - MKP	14
2.2.3 Stochastický prístup	15
3 Zvyšková napätosť	17
3.1 Metóda vŕtania otvoru	17
3.2 Tenzometrická ružica pre meranie zvyškových napätí	20
3.3 Model odvrátavania diery	22
3.3.1 2D model priechodnej diery	22
3.3.2 3D model nepriechodnej diery	25
3.4 Výpočet podľa normy ASTM E-837-01	28
4 Neistoty pri výpočte zvyškových napätí	31
4.1 Neistoty vstupných parametrov	31
4.2 Vplyv počtu prvkov simulácie	32
4.3 Vyhodnotenie stochastického výpočtu	33
4.4 Korelácia výstupov s parametrami	33
4.5 Citlivosť	37
5 Záver	41
Literatúra	43
Zoznam použitých skratiek a symbolov	45

1. Úvod

Zvyšková napätosť je napätosť posôbiaca v súčasti aj bez vonkajšieho zataženia. Jednou z najpoužívanějších metód je metóda vrtania otvoru, ktorá je regulovaná pomocou normy ASTM E-837-01. Norma uvádza, že pri dodržaní ňou daných podmienok by chyba výpočtu nemala presiahnuť 10% [1].

Cieľom tejto práce je zhodnotenie kumulatívneho vplyvu všetkých vstupných parametrov, ako aj analýza vzťahov medzi vstupmi a výstupmi. Je potrebné zhodnotiť vplyv neistôt, ktoré sa do výpočtu vnášajú cez nepresné meranie, rozptyl materiálových charakteristík a kalibračných koeficientov tenzometrickej ružice.

Prvá časť sa zaoberá stochastickým modelovaním prutov pomocou metódy Monte Carlo. Metóda je demonštrovaná na príkladoch z pevnosti a pružnosti, je na nich vysvetlená jej podstata a rovnako sú tu uvedené pravdepodobnostné rozdelenia niektorých parametrov význačných pre túto oblasť.

Ďalej je uvedená základná teória stojaca za výpočtom napätí pomocou metódy vrtania otvoru a je popísaná tenzometrická ružica. Pre lepšie pochopenie problematiky zvyškových napätí bol vymodelovaný MKP model, ktorý obsahuje určenie kalibračných koeficientov tenzometrickej ružice RY 61 S. V jazyku *Python* za využitia knižníc *Scipy*, *Numpy* a *Matplotlib* je vytvorený zdrojový kód na určenie zvyškových napätí z uvoľnených deformácií, tak ako to upravuje norma.

Jazyk *Python* je taktiež využitý pre posúdenie neistôt pri výpočte. Na základe článku *Error and Uncertainty Analysis of the Residual Stresses Computed by Using the Hole Drilling Method* [2] boli zvolené parametre vstupných veličín. Keďže metóda Monte Carlo je numerická, bolo potrebné zhodnotiť vplyv počtu prvkov simulácie. Následne bol určený kumulatívny vplyv neistôt na výsledok a vplyv jednotlivých parametrov - korelácia s určenými zvyškovými napätiami a ich citlivosť.

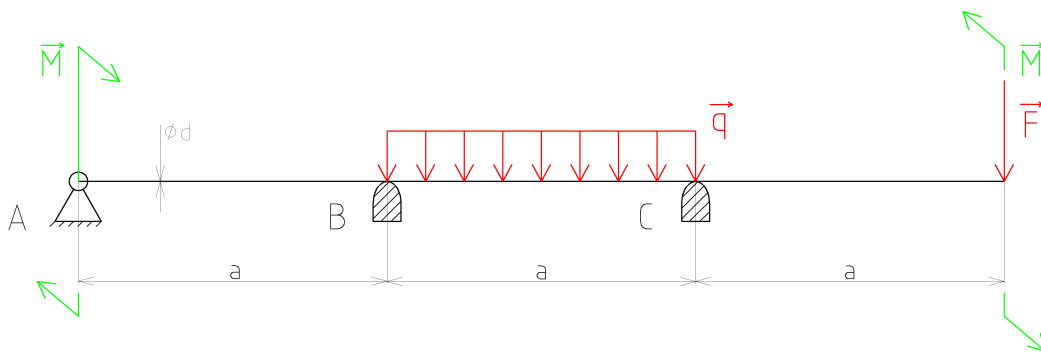
2. Stochastický prístup k modelovaniu prutov

Jednou zo základných úloh pružnosti a pevnosti je posúdenie rôznych medzných stavov, ktoré môže u telesa nastať. Kontrolný, prípadne návrhový výpočet sa uskutočňuje na základe nominálnych hodnôt viacerých premenných - materiálových aj geometrických - ako napríklad medza klzu, medza pevnosti, modul pružnosti, plocha priečného prierezu a tak ďalej. Neistoty vstupných parametrov môžu spôsobiť, že napriek korektnému návrhu dôjde v súčasti k medznému stavu. Skutočné hodnoty sa často líšia od nominálnych, správajú sa náhodne. Kvantifikovanie neistoty, teda náhodnosti premenných umožňuje lepšie zhodnotenie správania sa systému. Na výpočet sa využívajú rôzne simulačné metódy, ako napríklad metóda Monte Carlo, ktoré umožňujú, aby boli vstupné parametre generované v rámci ich štatistického rozdelenia.

Najjednoduchším modelom telesa, na ktorom je možné posúdiť medzný stav je prut. Napriek tomu je ním možné modelovať značnú časť strojných súčastí ako sú hriadele a nosníky. Z dôvodu jeho jednoduchosti a využiteľnosti bude metóda Monte Carlo demonštrovaná na príkladoch využívajúcich tento model. Prvý príklad sa zameria na staticky namáhaný prut zatažený na ohyb a krut. V druhom príklade bude riešený dynamicky namáhaný prut s trhlinou. Na týchto príkladoch sa jednoducho popíše princíp metódy Monte Carlo a budú uvedené rozdelenia geometrických a materiálových parametrov.

2.1. Kombinovane namáhaný prut

Zadaný prut je zatažený spojitým líniovým zatažením a silou a je uložený na dvoch podporách a jednej rotačnej väzbe. Model prutu je na obrázku č. 2.1.



Obr. 2.1: Model prutu

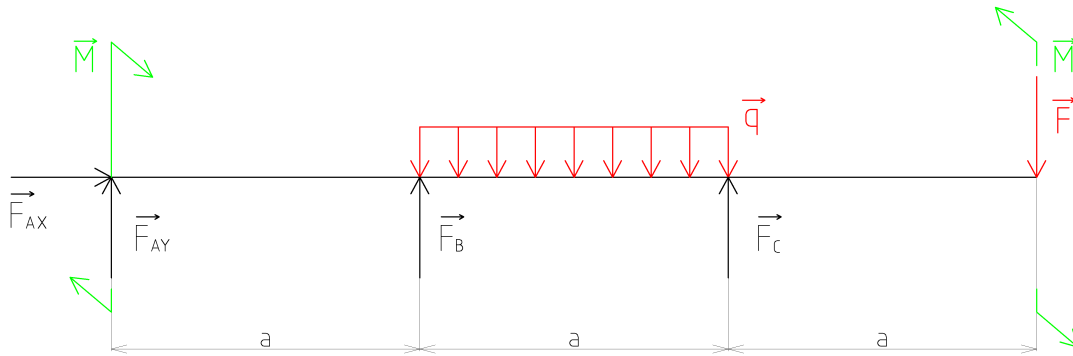
Hodnoty jednotlivých zatažení, rozmerov a materiálových charakteristík sú:

$$\begin{aligned}
 E &= 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} & L &= 600 \text{ mm} \\
 \sigma_k &= 325 \text{ MPa} & d &= 15 \text{ mm} \\
 F &= 450 \text{ N} & M &= 40000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\
 q &= 15 \text{ N/mm}
 \end{aligned}$$

2.1. KOMBINOVANE NAMÁHANÝ PRUT

2.1.1. Deterministický prístup - analytické riešenie

Prut bol úplne uvoľnený a určil sa stupeň statickej neurčitosti.



Obr. 2.2: Úplné uvoľnenie

Každá sila tvorí jeden neznámy nezávislý parameter:

$$NP = \{F_{AX}, F_{AY}, F_B, F_C\} \rightarrow \nu = \nu_F = 4$$

Jedná sa o obecnú rovinnú sústavu π_v , ktorá má tri použiteľné netriviálne podmienky statickej rovnováhy: dve silové a jednu momentovú.

$$\mu = \mu_F + \mu_M = 2 + 1 = 3$$

Zo statického rozboru

$$s = \nu - \mu = 4 - 3 = 1$$

plynie, že úloha je jedenkrát staticky neurčitá. K rovniciam statickej rovnováhy je potreba pridať jednu deformačnú podmienku.

Platia nasledujúce rovnice statickej rovnováhy.

$$\sum F_X = 0 : F_{AX} = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum F_Y = 0 : F_{AY} + F_B + F_C - q \cdot a - F = 0 \quad (2.2)$$

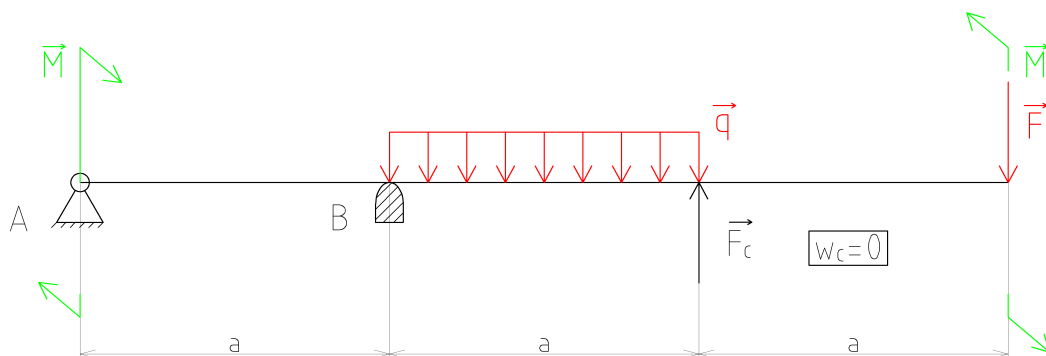
$$\sum M_{Z_A} = 0 : F_B \cdot a - q \cdot a \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot a\right) + F_C \cdot 2a - F \cdot 3a = 0 \quad (2.3)$$

$$F_B = \frac{3}{2} \cdot q \cdot a - 2 \cdot F_C + 3 \cdot F \quad (2.4)$$

Čiastočné uvoľnenie na obrázku č. 2.3 dáva deformačnú podmienku

$$w_c = 0.$$

2. STOCHASTICKÝ PRÍSTUP K MODELOVANIU PRUTOV



Obr. 2.3: Čiastočné uvoľnenie

Ohybové momenty počítané sprava:

$$x_I \in \langle 0, a \rangle$$

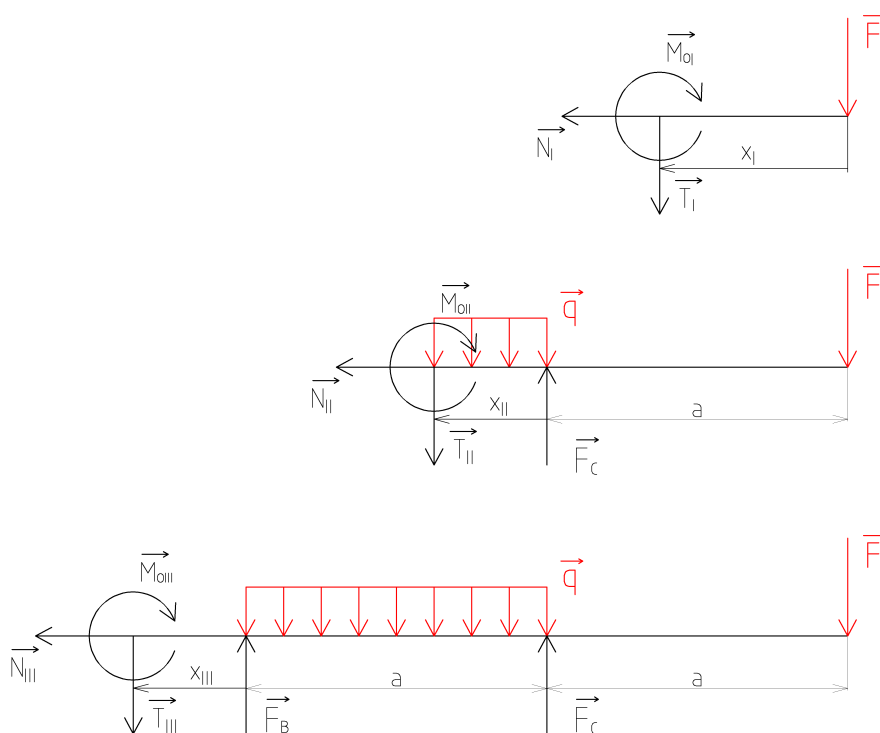
$$M_{oI} = -F \cdot x_I \quad (2.5)$$

$$x_{II} \in \langle 0, a \rangle$$

$$M_{oII} = -F \cdot (a + x_{II}) + F_C \cdot x_{II} - q \cdot \frac{x_{II}^2}{2} \quad (2.6)$$

$$x_{III} \in \langle 0, a \rangle$$

$$M_{oIII} = -F \cdot (2 \cdot a + x_{III}) + F_C \cdot (a + x_{III}) - q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + x_{III}\right) + F_B \cdot x_{III} \quad (2.7)$$



Obr. 2.4: Uvoľnenie prvkov prutu pre určenie VVÚ

2.1. KOMBINOVANE NAMÁHANÝ PRUT

Dosadením rovnice 2.4 do rovnice 2.7 sa získa jeho priebeh závislý len na vonkajšom zaťažení a sile F_C

$$M_{o_{III}} = (2 \cdot F + \frac{1}{2} \cdot q \cdot a - F_C) \cdot (x_{III} - a). \quad (2.8)$$

V pevnostných a deformačných výpočtoch vystupuje osový kvadratický a polárny moment, ktoré majú hodnoty

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 15^4}{64} = 2485,05 \text{ mm}^4 \quad (2.9)$$

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 15^4}{32} = 4970,10 \text{ mm}^4. \quad (2.10)$$

Ohybové momenty sa dosadia do Castiglianovej vety.

$$\begin{aligned} w_c &= \frac{\partial W}{\partial F_C} = \frac{1}{EJ} \int \sum_{n=1}^3 M_{o_i(x)} \cdot \frac{\partial M_{o_i(x)}}{\partial F_C} dx \\ &= \frac{1}{EJ} \left(\int_0^a (-F \cdot x) \cdot 0 dx + \int_0^a (-F \cdot (a+x) + F_C \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}) \cdot x dx \right. \\ &\quad \left. + \int_0^a ((2 \cdot F + \frac{1}{2} \cdot q \cdot a - F_C) \cdot (x-a)) \cdot (x-a) dx \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Riešením rovnice 2.11 je veľkosť sily F_C a rovnica 2.4 dáva veľkosť sily F_B .

$$F_C = \frac{9}{4} \cdot F + \frac{21}{48} \cdot q \cdot a = \frac{9}{4} \cdot 450 + \frac{21}{48} \cdot 15 \cdot 200 = 2325 \text{ N} \quad (2.12)$$

Teraz je možné vykresliť priebehy ohybového a krútiaceho momentu a nájsť nebezpečné miesto. Pretože sú dĺžkové rozmery prutu oveľa väčšie ako rozmery priečného prierezu a posúvajúca sila nebude v prute vyvolávať v žiadnom mieste strih, je možné ju voči ohybovému a krútiacemu momentu zanedbať. Maximum ohybového momentu sa nachádza vo vzdialenosti a od voľného konca, jeho veľkosť je

$$M_{o_{MAX}} = F \cdot a = 450 \cdot 200 = 90000 \text{ Nmm} \quad (2.13)$$

a odpovedá mu maximálne normálové napätie

$$\sigma_n = \frac{M_{o_{MAX}}}{J} \cdot \frac{d}{2} = \frac{90000}{2485,05} \cdot \frac{15}{2} = 271,60 \text{ MPa}. \quad (2.14)$$

Priebeh šmykového napätia je po dĺžke prutu konštantný.

$$\tau = \frac{M}{J_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{40000}{4970,10} \cdot \frac{15}{2} = 60,40 \text{ MPa} \quad (2.15)$$

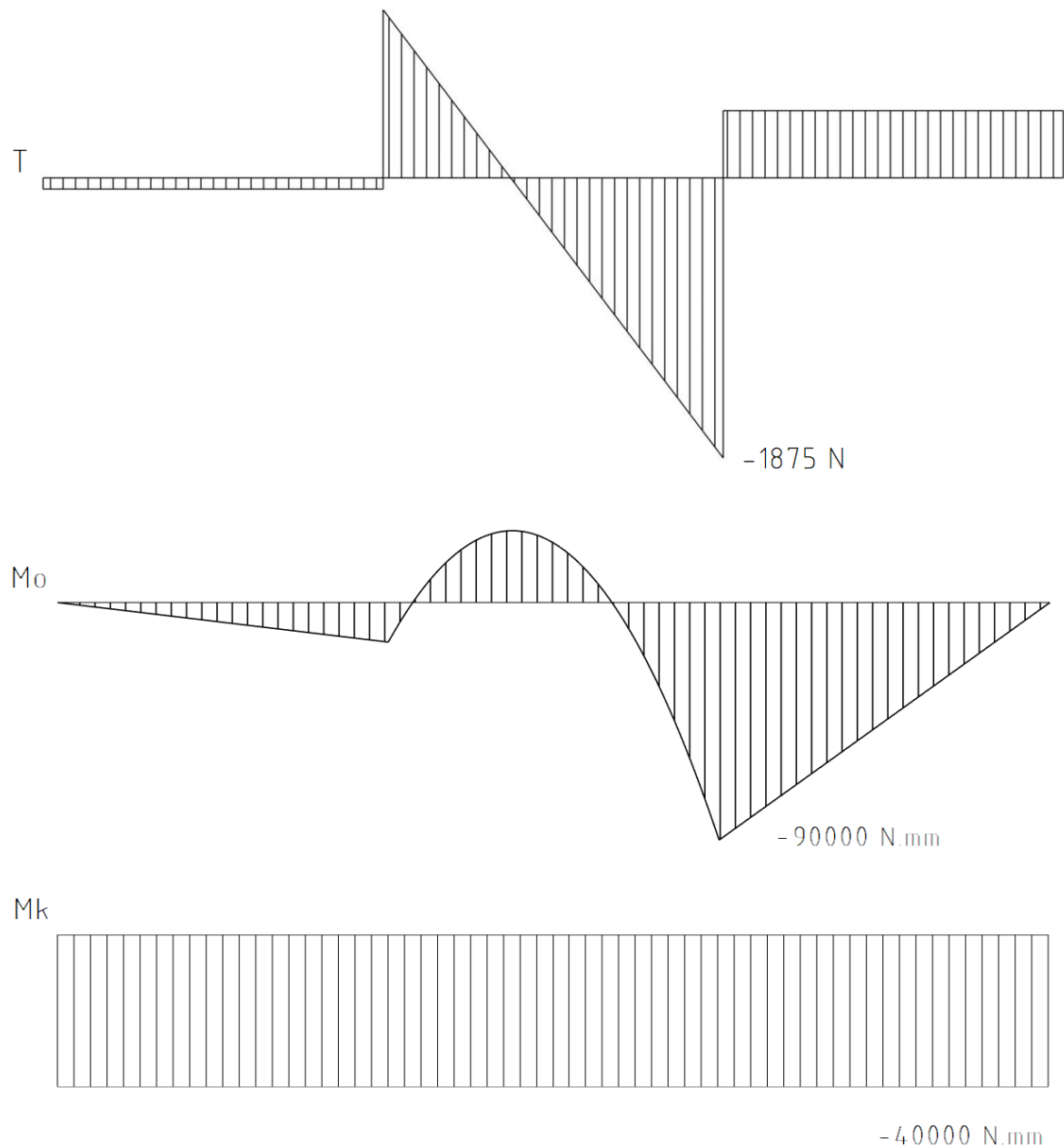
Redukované napätie podľa teórie HMM má hodnotu

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_n^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{271,60^2 + 3 \cdot 60,40^2} = 291,05 \text{ MPa}. \quad (2.16)$$

Bezpečnosť k medznému stavu pružnosti je

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}} = \frac{325}{291,05} = 1,12 \quad (2.17)$$

2. STOCHASTICKÝ PRÍSTUP K MODELOVANIU PRUTOV



Obr. 2.5: Priebegy vnútorných výsledkových účinkov s uvedenou maximálnou hodnotou a rozdielova bezpečnosť je

$$G_k = \sigma_k - \sigma_{red} = 325 - 291,05 = 33,95 \text{ MPa.} \quad (2.18)$$

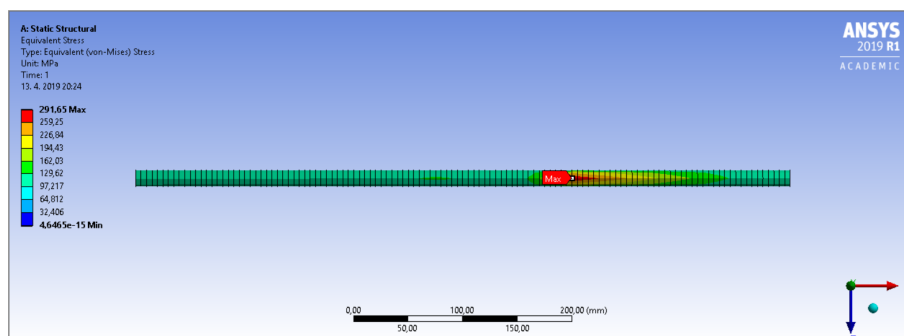
2.1. KOMBINOVANE NAMÁHANÝ PRUT

Pre získanie priebyhu na konci prutu sa opäť využila Castiglianova veta.

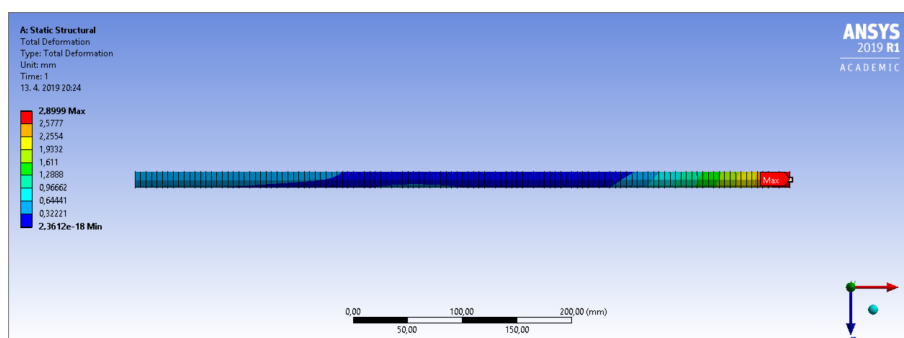
$$\begin{aligned}
 w_F &= \frac{\partial W}{\partial F} = \frac{1}{EJ} \int \sum_{n=1}^3 M_{o_i(x)} \cdot \frac{\partial M_{o_i(x)}}{\partial F} dx \\
 &= \frac{1}{EJ} \left(\int_0^a (-F \cdot x) \cdot (-x) dx + \int_0^a \left(F \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot x - a \right) + q \cdot \left(\frac{21}{48} \cdot a \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) \right) \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot x - a \right) dx \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^a \left(\left(\frac{1}{4} \cdot F - \frac{15}{16} \cdot q \cdot a \right) \cdot (a - x) \right) \cdot \frac{1}{4} (a - x) dx \right) = \frac{1}{EJ} \cdot \left(\frac{5}{8} \cdot F \cdot a^3 - \frac{1}{32} \cdot q \cdot a^4 \right) \\
 &= \frac{1}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 2485,05} \cdot \left(\frac{5}{8} \cdot 450 \cdot 200^3 - \frac{1}{32} \cdot 15 \cdot 200^4 \right) = 2,874 \text{ mm.}
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

2.1.2. Deterministický prístup - MKP

Verifikácia výsledkov získaných analytickým výpočtom bola uskotočnená vymodelovaním daného problému pomocou metódy konečných prvkov. Na výpočet bol použitý ANSYS Workbench R1 2019. Úloha bola riešená ako statická štruktúrna a prut bol modelovaný ako líniové teleso. Zvolený materiál bol lineárne izotropný s odpovedajúcim modulom pružnosti E a Poissonovým číslom μ . Teleso bolo rozdelené na 120 prvkov tvoriacich sieť, ďalej boli aplikované okrajové podmienky vo forme deformačných a silových. Úlohu bolo následne možné vyriešiť. Výstupom je grafická interpretácia deformácie a napätia po celej dĺžke prutu. Deformácia a napätie určené analyticky a pomocou MKP si s dostatočnou presnosťou odpovedajú.



Obr. 2.6: Priebeh redukovaného napätia v prute určený pomocou MKP



Obr. 2.7: Priebeh deformácie prutu určený pomocou MKP

2.1.3. Stochastický prístup

V sekcii 2.1.1 boli považované rozmery, zataženia a materiálové charakteristiky prutu za presne dané hodnoty, no v skutočnosti sa v týchto parametroch nachádza určitá neistota. Stochastický charakter vstupných parametrov môže mať rôzne štatistické rozdelenia - normálne (Gaussovo), exponenciálne, rovnomerné. Volené bolo normálne rozdelenie, ktoré veľmi dobre aproximuje správanie veľkého množstva náhodných veličín. Za strednú hodnotu sa brala nominálna hodnota a neistota bola volená vzhľadom k [4]. Kým rozmery prutu je možné celkom dobre regulovať, zataženie a materiálové charakteristiky je náročnejšie ovplyvniť, preto je aj ich smerodatná odchylka väčšia.

$$\begin{aligned}\sigma_k &\sim N(325, 20) \text{ MPa} & L &\sim N(600, 0, 03) \text{ mm} \\ E &\sim N(2, 1 \cdot 10^5, 10500) \text{ MPa}, & d &\sim N(15, 0, 01) \text{ mm}, \\ F &\sim N(450, 45) \text{ N} & M &\sim N(40000, 4000) \text{ N} \cdot \text{mm} \\ q &\sim N(15, 1, 5) \text{ N/mm}\end{aligned}$$

Vzťahy odvodené pre deterministický model sú stále platné, je však potreba uvažovať vstupné hodnoty za stochastické.

Skript v prvom kroku vytvoril matice obsahujúce predom daný počet - 100 000 - náhodných prvkov vybraných z normálneho rozdelenia. Matice sú tvorené pomocou knižnice *Numpy*.

```
F = np.array(np.random.normal(450,45,pocet))
```

Matematickými úpravami podľa jednotlivých rovníc v sekcii 2.1.1 sa vypočítali matice bezpečnosti a priehybu.

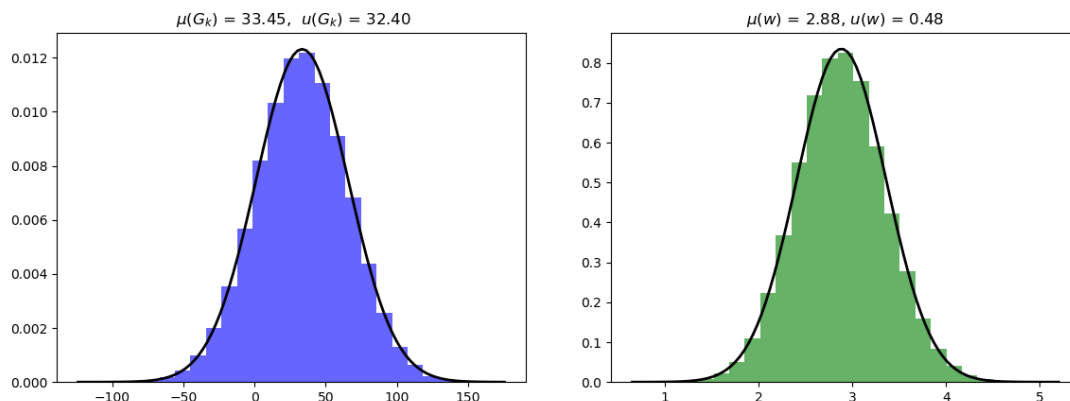
```
a = L/3
J = pi*d**4/64
w = ((5*F*a**3)/8 - (1*q*a**4/32))/(J*E)
Mo_max = F*a
sigma_n = Mo_max*32/(pi*d**3)
tau = M*16/(pi*d**3)
sigma_red = np.sqrt(sigma_n**2+3*tau**2)
G_k = sigma_k-sigma_red
```

Knižnica *Scipy* obsahuje štatistické rozdelenia a je schopná preložiť štatistický súbor normálneho rozdelením. Príkazom *norm.fit* sa určila stredná hodnota a rozptyl, príkaz *norm.pdf* vytvoril cez všetky hodnoty získané výpočtom distribučnú funkciu aproximovaného rozdelenia. Knižnicou *Matplotlib* bol následne vykreslený histogram a táto funkcia do jedného grafu. Je možné pozorovať že funkcia veľmi presne popisuje štatistický súbor.

```
plt.figure(1)
mu_g, u_g = norm.fit(G_k)
plt.hist(G_k, bins=25, density=True, alpha=0.6, color='b')
xmin_1, xmax_1 = plt.xlim()
x_1 = np.linspace(xmin_1, xmax_1, 100)
p_1 = norm.pdf(x_1, mu_g, u_g)
plt.plot(x_1, p_1, 'k', linewidth=2)
title1 = " $\mu(G_k)$ = %.2f, $\sigma(G_k)$ = %.2f" % (mu_g, u_g)
plt.title(title1)
```

2.2. CYKlickY NAMÁHANÝ PRUT S TRHLINOU

Histogram priebyhu sa vytvoril analogicky. Všetky zdrojové kódy sa nachádzajú v prílohe. Výsledné grafy sú na nasledujúcich obrázkoch.



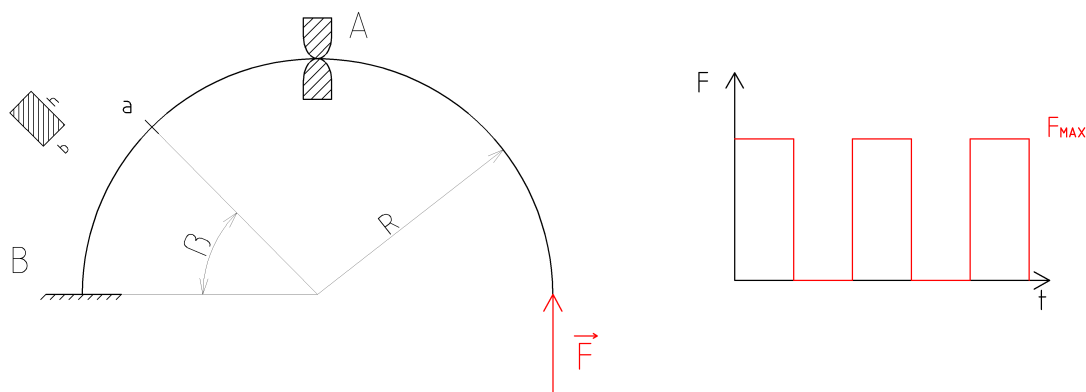
Obr. 2.8: Histogram rozdielovej bezpečnosti k MSP G_k (vľavo) a priebyhu w (vpravo)

Pravdepodobnosť že rozdielová bezpečnosť G_k je menšia ako 0, teda že k medznému stavu pružnosti dôjde je daná distribučnou funkciou normovaného normálneho rozdelenia Φ .

$$p(f_k) = \Phi\left(\frac{0 - \mu(G_k)}{\sigma(G_k)}\right) = \Phi\left(\frac{0 - 33,45}{32,40}\right) = 0,1512 = 15,12\%. \quad (2.20)$$

2.2. Cyklicky namáhaný prut s trhlinou

Pri zadanom prute, zaťaženom premenlivou silou, na jednom konci votknutom a uloženom na jednej podpore, bola zistená trhlina o veľkosti a pod uhlom β . Model prutu je na obrázku č. 2.9.



Obr. 2.9: Model prutu s trhlinou

2. STOCHASTICKÝ PRÍSTUP K MODELOVANIU PRUTOV

Hodnoty jednotlivých zatažení, rozmerov a materiálových charakteristík sú:

$$R = 300 \text{ mm} \quad \sigma_{pt} = 1150 \text{ MPa}$$

$$b = 5 \text{ mm} \quad \sigma_c = 575 \text{ MPa}$$

$$h = 30 \text{ mm} \quad \sigma_k = 800 \text{ MPa}$$

$$\beta = 45^\circ \quad K_{TH} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 15 \text{ mm} \quad K_{IC} = 35 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$$

$$F_{MAX} = 1600 \text{ N}$$

2.2.1. Deterministický prístup - analytické riešenie

Úloha je jedenkrát staticky neurčitá, pre určenia napätia v mieste trhliny a bezpečnosti k medznému stavu únavy je potreba určiť silu F_A z deformačnej podmienky

$$w_A = 0.$$

Ohybový moment počítaný sprava:

$$\varphi_I \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$$

$$M_{o_I} = F \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi_I)) \quad (2.21)$$

$$\varphi_{II} \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$$

$$M_{o_{II}} = F \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi_{II})) + F_A \cdot R \cdot \cos(\varphi_{II}) \quad (2.22)$$

Kvadratický moment obdĺžnikového prierezu má hodnotu

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{5 \cdot 30^3}{12} = 11250 \text{ mm}^4. \quad (2.23)$$

Integráciou a úpravou Castiglianovej vety pre silu F_A sa získala jej veľkosť.

$$\begin{aligned} w_A = \frac{\partial W}{\partial F_A} &= \frac{1}{EJ} \int \sum_{n=1}^2 M_{o_i(\varphi)} \cdot \frac{\partial M_{o_i(\varphi)}}{\partial F_A} d\varphi = \frac{1}{EJ} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} F \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi)) \cdot 0 d\varphi + \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (F \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi)) + F_A \cdot R \cdot \cos(\varphi)) \cdot R \cdot \cos(\varphi) d\varphi \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$F_A = \frac{F \cdot (1 + \frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4}} = \frac{1600 \cdot (1 + \frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4}} = 3637,20 \text{ N} \quad (2.25)$$

V prípade že by na prute nebola trhlina detekovaná určila by sa bezpečnosť voči jej vzniku, teda voči medznému stavu únavy, pomocou niektorého z únavových kritérií. Prut je zaťažovaný v čase premenlivou - mŕňajúcou silou. Na posúdenie bezpečnosti voči medznému stavu únavy pri nesymetrickom cykle existuje viacero kritérií, jedným z najpoužívanějších je Goodmanovo. Pre daný cyklus existuje kritická hodnota amplitúdy napätia

$$\sigma_A = \frac{\sigma_c \cdot \sigma_{pt}}{\sigma_c + \sigma_{pt}} = \frac{575 \cdot 1150}{575 + 1150} = 383,33 \text{ MPa}. \quad (2.26)$$

2.2. CYKLICKY NAMÁHANÝ PRUT S TRHLINOU

V mieste maximálneho ohybového momentu má amplitúda napätia hodnotu

$$\sigma_a = \frac{\frac{F_{MAX}}{2} \cdot R}{J} \cdot \frac{h}{2} = \frac{\frac{1600}{2} \cdot 300}{11250} \cdot \frac{30}{2} = 320 \text{ MPa.} \quad (2.27)$$

Rozdielom týchto dvoch hodnôt sa určí rozdielová bezpečnosť voči MSÚ G_C

$$G_c = \sigma_A - \sigma_a = 383,33 - 320 = 63,33 \text{ MPa.} \quad (2.28)$$

Keďže sa však na prute trhlina nachádza, využil sa prístup lineárne-elastickkej lomovej mechaniky. Najprv sa určil priebeh ohybového momentu a určila sa jeho hodnota v mieste trhliny, ktorej odpovedá napätie v mieste trhliny

$$\sigma_T = \frac{M_{oII}(\varphi = \frac{3}{4}\pi)}{J} \cdot \frac{h}{2} = \frac{47848}{11250} \cdot \frac{30}{2} = 63,80 \text{ MPa.} \quad (2.29)$$

Faktor intenzity napätia popisuje napätosť v okolí koreňa trhliny:

$$K_I = \sigma_T \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f\left(\frac{a}{h}\right) = 63,80 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,015} \cdot 1,4945 = 20,70 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

,kde $f(\frac{a}{h})$ je korekčná funkcia na konečnú šírku pásu.

$$f\left(\frac{a}{h}\right) = 1,122 - 1,4 \cdot \left(\frac{a}{h}\right) + 7,33 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 - 13,08 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^3 + 14,0 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^4 = 1,4945 \quad (2.31)$$

Keďže rozdielová bezpečnosť G_T je väčšia ako 0, trhlina sa bude šíriť stabilne.

$$G_T = K_{IC} - K_I = 35 - 20,70 = 14,30 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

Prístup lineárne-elastickkej lomovej mechaniky je platný len, ak je plastická zóna pod koreňom trhliny dostatočne malá. To vyjadruje podmienka

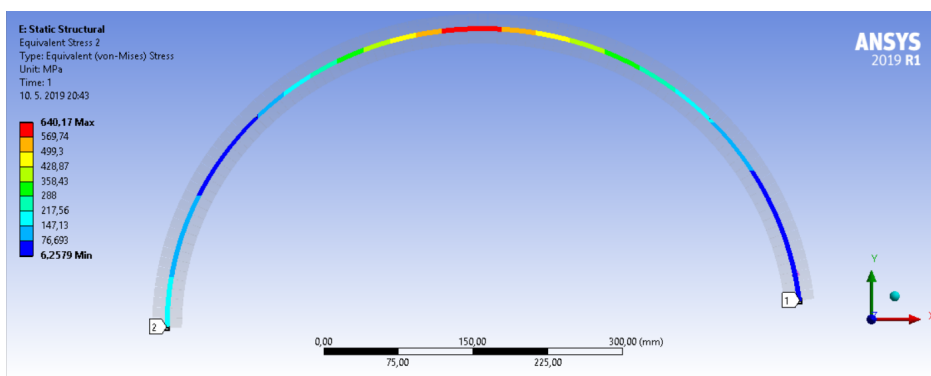
$$r_p = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_I}{\sigma_k}\right)^2 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{20,70}{800}\right)^2 = 2,13 \cdot 10^{-4} \text{ m} < \frac{a}{10} \quad (2.33)$$

Keďže je splnená, je možné použiť LELM.

2.2.2. Deterministický prístup - MKP

Problém bol opäť vymodelovaný aj pomocou MKP. Bol však volený len jednoduchší model, z ktorého bola určená reakčná sila v podpore, maximálne napätie odpovedajúce maximu sily a napätie v mieste trhliny. Reakčná sila a maximálne napätie odpovedajú analytickému riešeniu. V mieste trhliny vychádza napätie väčšie približne o 10 MPa z dôvodu nezahrnutia vplyvu normálovej sily na výsledné napätie v prípade analytického riešenia. Keďže je normálová sila v tomto mieste tlaková prispievala by k zatváraní trhliny. Analytický výpočet je tak v tomto zmysle konzervatívnejší.

$$F_A = -3630,4 \text{ N} \quad \sigma_{MAX} = 640,17 \text{ MPa} \quad \sigma_T = 75,43 \text{ MPa} \quad (2.34)$$



Obr. 2.10: Pribeh napätia odpovedajúceho maximálnej sile určený pomocou MKP

2.2.3. Stochastický prístup

Vstupné veličiny boli považované za stochastické s nasledujúcim normálnym rozdelením:

$$R \sim N(300, 0, 03) \text{ mm} \quad F_{MAX} \sim N(1600, 160) \text{ N}$$

$$b \sim N(5, 0, 01) \text{ mm} \quad \sigma_{pt} \sim N(1150, 20) \text{ MPa}$$

$$h \sim N(30, 0, 01) \text{ mm} \quad \sigma_c \sim N(575, 20) \text{ MPa}$$

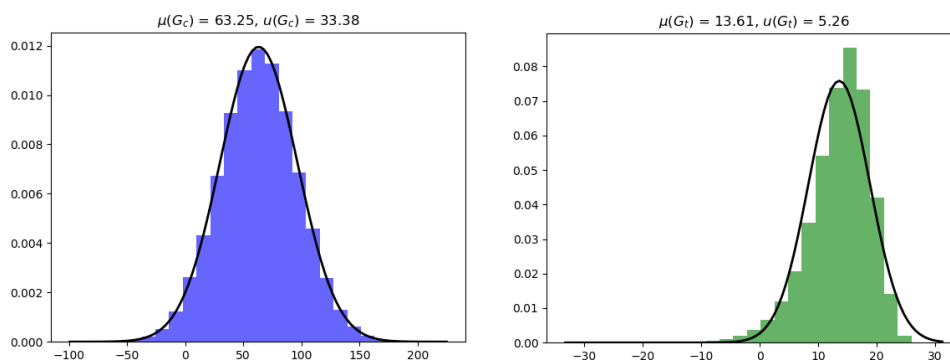
$$a \sim N(15, 2) \text{ mm} \quad \sigma_k \sim N(800, 20) \text{ MPa}$$

$$K_{TH} \sim N(2, 1) \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \quad K_{IC} \sim N(35, 1) \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$$

Tvorba skriptu je analogická predchádzajúcemu príkladu. Histogramy sa nachádzajú na nasledujúcich obrázkoch. Určené normálne rozdelenie pre posúdenie medzného stavu únavy popisuje získaný štatistický súbor presne. V prípade medzného stavu nestabilného šírenia trhliny popis nie je až taký presný, ale je stále použiteľný. Pravdepodobnosť že nastane medzný stav nestabilného šírenia trhliny, respektíve medzný stav únavového porušenia sa opäť určí z distribučnej funkcie normálneho rozdelenia.

$$p(f_c) = \Phi\left(\frac{0 - \mu(G_c)}{\sigma(G_c)}\right) = \Phi\left(\frac{0 - 63,25}{33,38}\right) = 0,0281 = 2,81\% \quad (2.35)$$

$$p(f_t) = \Phi\left(\frac{0 - \mu(G_t)}{\sigma(G_t)}\right) = \Phi\left(\frac{0 - 13,61}{5,26}\right) = 0,0047 = 0,47\% \quad (2.36)$$



Obr. 2.11: Histogram rozdielovej bezpečnosti k MSÚ G_c (vľavo) a k medznému stavu nestabilného šírenia trhliny G_t (vpravo)

2.2. CYKlickY NAMÁHANÝ PRUT S TRHLINOU

3. Zvyšková napätosť

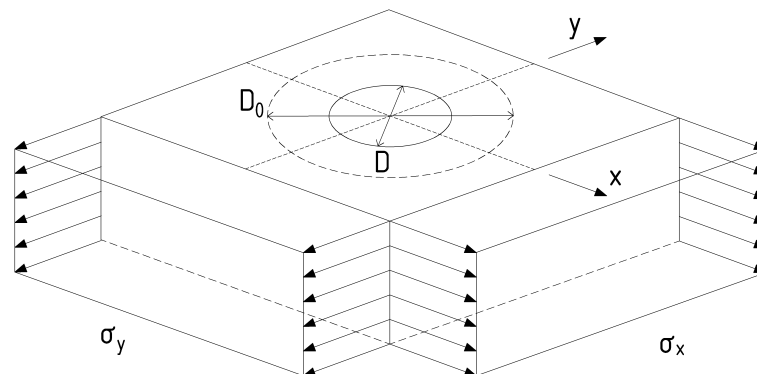
Pôsobením určitých technologických procesov môže v súčasti vzniknúť napätosť, ktorá pôsobí aj v prípade, že vonkajšie zaťaženie zanikne. Takáto napätosť sa nazýva zvyšková. Medzi procesy, ktoré ju spôsobujú patrí: odlievanie, kovanie, zváranie, tepelné spracovanie, ťahanie, vŕtanie, guličkovanie a ďalšie [3]. Výrobou súčasti takýmito postupmi sa do súčasti vnesú napätia neznámej veľkosti a orientácie.

Vplyv zvyškových napätí môže byť pozitívny alebo negatívny. Pokiaľ je redukované napätie od súčtu zvyškových napätí a vonkajšieho zaťaženia väčšie ako redukované napätie od vonkajšieho zaťaženia, má zvyškové napätie v tomto mieste súčasti negatívny vplyv. Ten sa zväčša prejaví pri zváraní alebo odlievaní. Naopak pokiaľ je redukované napätie od súčtu zvyškových napätí a vonkajšieho zaťaženia menšie ako napätie od vonkajšieho zaťaženia, je vplyv v tomto mieste pozitívny. To sa využíva pri kalení, guličkovaní a ťahaní. Pre správne určenie napätosti v súčasti a posúdenie možných medzných stavov je tak veľmi dôležité poznať veľkosť a orientáciu takýchto napätí.

V experimentálnej mechanike existuje množstvo metód ich merania. Dajú sa rozdeliť podľa miery poškodenia súčasti (deštruktívne, semideštruktívne a nedeštruktívne) alebo podľa podstaty merania (mechanické, fyzikálne a chemické metódy). Jednou z najpoužívanějších metód na zisťovanie veľkosti zvyškových napätí je metóda vŕtania otvoru.

3.1. Metóda vŕtania otvoru

Metóda vŕtania otvoru sa radí medzi mechanické semideštruktívne metódy. Je ňou možné merať po hĺbke homogénne aj nehomogénne napätia. Pre výpočet sa v tejto práci však budú uvažovať len napätia homogénne. Podstatou metódy vŕtania otvoru je meranie deformácií, ktoré sa uvoľnia pri vŕtaní malého, väčšinou plytkého otvoru do súčasti. Pred samotným vŕtaním sa na povrch súčasti prilepí tenzometrická ružica. Deformácie sa merajú v troch smeroch, čo umožňuje nielen výpočet veľkosti hlavných napätí ale aj ich orientáciu. Pre určenie napätí je potrebné predpokladať homogénny, izotropický, lineárne pružný materiál. Potom je vzťah medzi napätiami a deformáciami lineárny. Konkrétne hodnoty napätí sa určia na základe kalibračných koeficientov A a B , ktoré udávajú uvoľnenú deformáciu pri rovinnej rovnomernej, resp. šmykovej jednotkovej napätosti ($\sigma_I = 1$



Obr. 3.1: Homogénna zvyšková napätosť

3.1. METÓDA VŔTANIA OTVORU

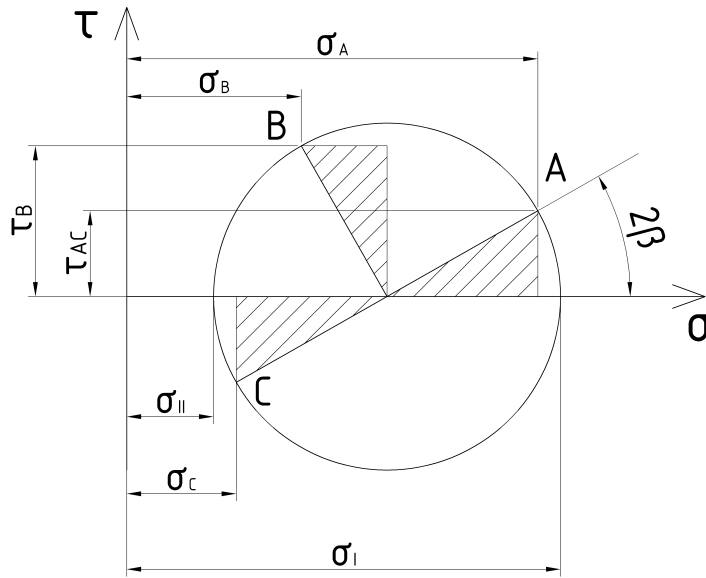
MPa). Určenie kalibračných koeficientov môže byť spravené numericky, experimentálne a v určitých prípadoch dokonca analyticky.

Koeficienty A a B sú však závislé na materiálových charakteristikách. Zavedením koeficientov a a b sa redukuje ich závislosť na type materiálu, teda na module pružnosti E a na Poissonovom čísle μ .

$$a = -\frac{2E}{1+\mu} \cdot A \quad (3.1)$$

$$b = -2E \cdot B \quad (3.2)$$

Znázornením na Mohrovej kružnici sa odvodili vzťahy medzi jednotlivými pretvoreniami meranými pomocou tenzometrickej ružice a im odpovedajúcimi napätiami, zároveň je možné odvodiť vzťahy pre hlavné napätia.



Obr. 3.2: Mohrova kružnica meraných napätí

$$\sigma_I + \sigma_{II} = \sigma_A + \sigma_C \quad (3.3)$$

$$(\sigma_I - \sigma_{II})\cos(2\beta) = \sigma_A - \sigma_C \quad (3.4)$$

$$-(\sigma_I - \sigma_{II})\sin(2\beta) = \sigma_C - \sigma_A \quad (3.5)$$

$$-(\sigma_I - \sigma_{II})\cos(2\beta) = \sigma_C - \sigma_A \quad (3.6)$$

Pre jednotlivé pretvorenia musí platiť:

$$\varepsilon_A = A(\sigma_A + \sigma_C) + B(\sigma_A - \sigma_C) \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_B = A(\sigma_A + \sigma_C) - 2B\tau_{AC} \quad (3.8)$$

3. ZVYŠKOVÁ NAPÄTOSŤ

$$\varepsilon_C = A(\sigma_A + \sigma_C) + B(\sigma_C - \sigma_A). \quad (3.9)$$

Rovnice 3.7 - 3.9 tvoria sústavu lineárnych rovníc, ktorá sa dá zapísať v maticovom tvare:

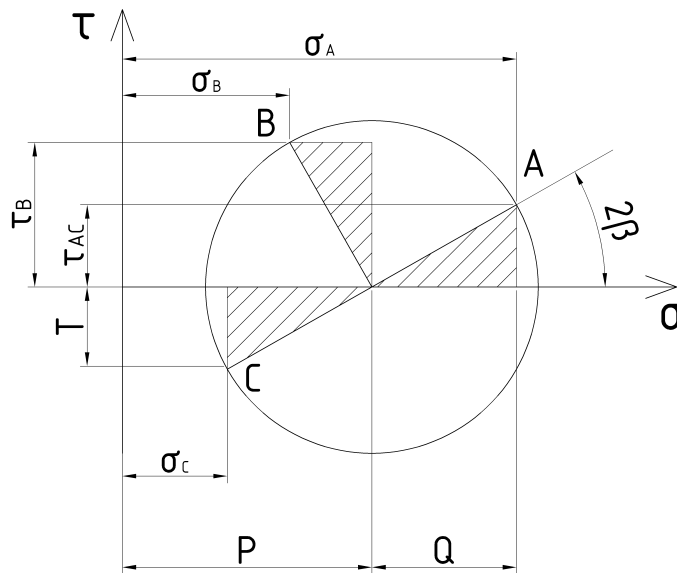
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_A \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-B & 0 & A+B \\ A & -2B & A \\ A+B & 0 & A-B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_A \\ \tau_{AC} \\ \sigma_C \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Vhodnou substitúciou sa maticová rovnica rozpadne na tri nezávislé zložky P, Q a T .

$$P = \frac{\sigma_A + \sigma_C}{2}, \quad Q = \frac{\sigma_A - \sigma_C}{2}, \quad T = -\tau_{AC} \quad (3.11)$$

$$p = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_C}{2}, \quad q = \frac{\varepsilon_A - \varepsilon_C}{2}, \quad t = \frac{2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C}{2} \quad (3.12)$$

Napätie P predstavuje rovnomerné ekvivalentné napätie, Q šmykové napätie pod uhlom 45° a T šmykové napätie v rovine XY . Tieto napätia je možné reprezentovať aj na Mohrovej kružnici.



Obr. 3.3: Mohrova kružnica s transformovanými napätiami

Vzniknuté rovnice sa riešia samostatne.

$$P = -\frac{Ep}{a(1+\mu)} \quad (3.13)$$

$$Q = -\frac{Eq}{b} \quad (3.14)$$

$$T = -\frac{Et}{b} \quad (3.15)$$

Spätným dosadením do vzťahov je možné určiť napätia σ_x , σ_y a τ_{xy} .

$$\sigma_x = P - Q, \quad \sigma_y = P + Q, \quad \tau_{xy} = T \quad (3.16)$$

3.2. TENZOMETRICKÁ RUŽICA PRE MERANIE ZVYŠKOVÝCH NAPÄTÍ

Pre hlavné napätia a ich natočenie bude platiť

$$\sigma_I, \sigma_{II} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2} \quad (3.17)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{-T}{-Q}\right). \quad (3.18)$$

Uhol β sa nachádza medzi smerom napätia σ_A a smerom hlavného napätia σ_I . Uhol je kladný, pokiaľ je smer σ_I pod uhlom β od smeru napätia σ_A v smere hodinových ručičiek. Funkcia arkustangens môže dať výsledný uhol posunutý o $\pm 90^\circ$. Aby bolo možné určiť správny uhol β , je potrebné brať do úvahy znamienko v čitateli a menovateli. Postupuje sa podľa tabuľky 3.1.

Tabuľka 3.1: Tabuľka na určenie uhlu β

	$Q > 0$	$Q = 0$	$Q < 0$
$T < 0$	$45^\circ < \beta < 90^\circ$	45°	$0^\circ < \beta < 45^\circ$
$T = 0$	90°	nedefinované	0°
$T > 0$	$-90^\circ < \beta < -45^\circ$	-45°	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$

V prípade postupného odvrtavania je vhodné spočítať hodnoty P , Q a T podľa vzťahov 3.19 - 3.21. Touto metódou, ktorá počíta vážené priemery, sa využijú všetky namerané hodnoty a minimalizuje sa vznik náhodných chýb. Index i označuje i -ty krok vrtania z celkového počtu n krokov.

$$P = -\frac{E}{1 + \mu} \frac{\sum a_i \cdot p_i}{\sum a_i^2} \quad (3.19)$$

$$Q = -E \frac{\sum b_i \cdot q_i}{\sum b_i^2} \quad (3.20)$$

$$T = -E \frac{\sum b_i \cdot t_i}{\sum b_i^2} \quad (3.21)$$

3.2. Tenzometrická ružica pre meranie zvyškových napätí

Na meranie uvoľnených deformácií sa najčastejšie používajú tenzometrické ružice s tromi a viacerými tenzometrami, vďaka čomu je možné meranie hlavných napätí aj smeru ich natočenia. Princíp tenzometrov je založený na základe zmeny odporu kovových materiálov. Pri predĺžení sa obvykle veľkosť elektrického odporu v kove zvyšuje. Tenzometer je na súčasť prilepený špeciálnym lepidlom, ktoré umožňuje prenášanie napätí a pretvorení zo skúmaného telesa na tenzometer [5]. Zmena elektrického odporu spôsobuje zmenu napätia alebo prúdu v obvode, ktorá sa následne prepočíta na uvoľnenú deformáciu. Pre zmenu odporu platí

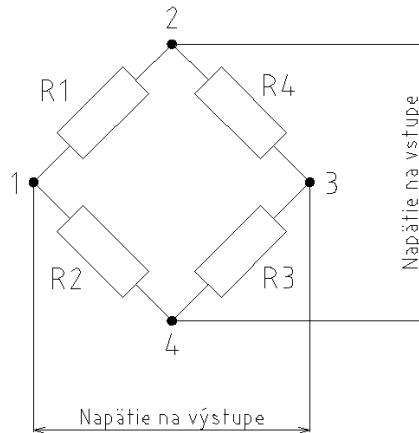
$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (3.22)$$

,kde ρ je merný elektrický odpor materiálu, L dĺžka vodiča a S plocha prierezu. Potom pre prepočet medzi zmenou elektrického odporu a deformáciou slúži vťah

$$\frac{\Delta R}{R} = K\varepsilon. \quad (3.23)$$

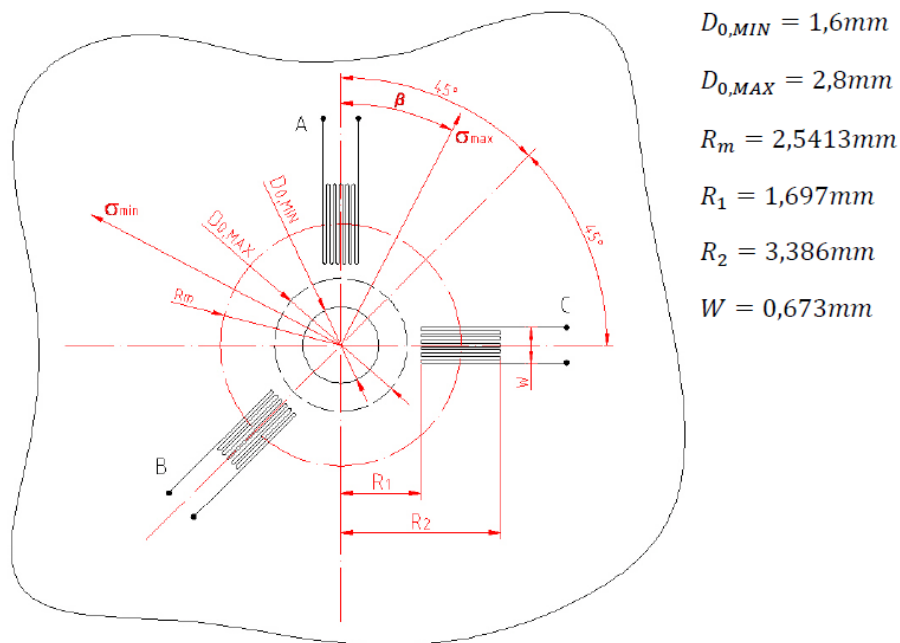
3. ZVYŠKOVÁ NAPÄTOSŤ

K je kalibračný faktor tenzometrickej ružice, zahŕňa v sebe ako vplyv meracej mriežky aj celej konfigurácie ružice [7]. Pretože sa merajú veľmi malé deformácie, ktorým odpovedajú malé zmeny elektrického odporu, obvod sa zapojuje do Wheatstonovho mostíka.



Obr. 3.4: Schéma Wheatstonovho mostíka [6]

Pre ďalšie modely bola ako vzor využitá tenzometrická ružica firmy HBM RY 61 S. Jej základné rozmery sa nachádzajú na obrázku 3.5.

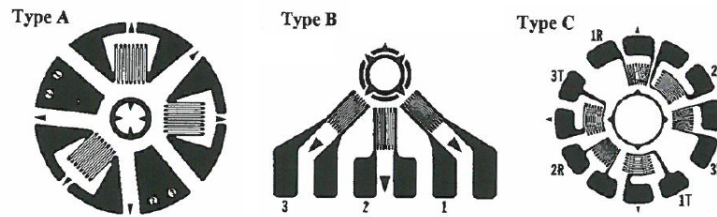


Obr. 3.5: Schéma tenzometrickej ružice RY 61 S firmy HBM [7]

Bežné tenzometrické ružice majú osi orientované do troch smerov. Tenzometer a býva referenčný, tenzometer b sa od neho nachádza pod uhlom 45° alebo 135° a tenzometer c je na tenzometer a kolmý. Takýto typ využíva norma ASTM E-837-01 aj firma HBM, ktorej ružicou RY 61 S sa táto práca bude ďalej zaoberať.

3.3. MODEL ODVŔTAVANIA DIERY

Norma ASTM ďalej rozpoznáva dva ďalšie typy tenzometrických ružíc. Okrem typu A, ktorý je uvádzaný ako odporúčaný ďalej existuje typ B a C. Typ B má všetky tenzometre na jednej strane čo môže byť užitočné pri meraní v blízkosti prekážky. Typ C sa využíva pokiaľ je požadovaná vysoká citlivosť na deformácie a vysoká teplotná stabilita [1].



Obr. 3.6: Typy ružíc podľa normy ASTM E-837-01 [1]

3.3. Model odvrtavania diery

Pre lepšie pochopenie vzťahov a postupov určovania zvyškových napätí a prejavov objektu bol vytvorený zjednodušený model využívajúci metódu konečných prvkov. Riešenie bolo realizované v programe ANSYS Workbench R1 2019. Výstupom boli kalibračné koeficienty tenzometrickej ružice RY 61 S pre dve určité konfigurácie. V oboch prípadoch bol odvrtaný otvor o polomere $R_0 = 0,8$ mm. Uvažovaná bola priechodná a nepriechodná diera. Výsledky boli následne porovnané s analyticky určenými alebo, v prípade, že analyticky koeficienty nebolo možné určiť, bolo porovnanie spravené s MKP výpočtom z [7].

Oba modely pozostávajú z niekoľkých podstatných prvkov: voľba materiálu, geometria, sieť konečných prvkov, väzby a zaťaženie, simulácia vŕtania a tenzometrickej mriežky a zhodnotenie výsledkov modelu.

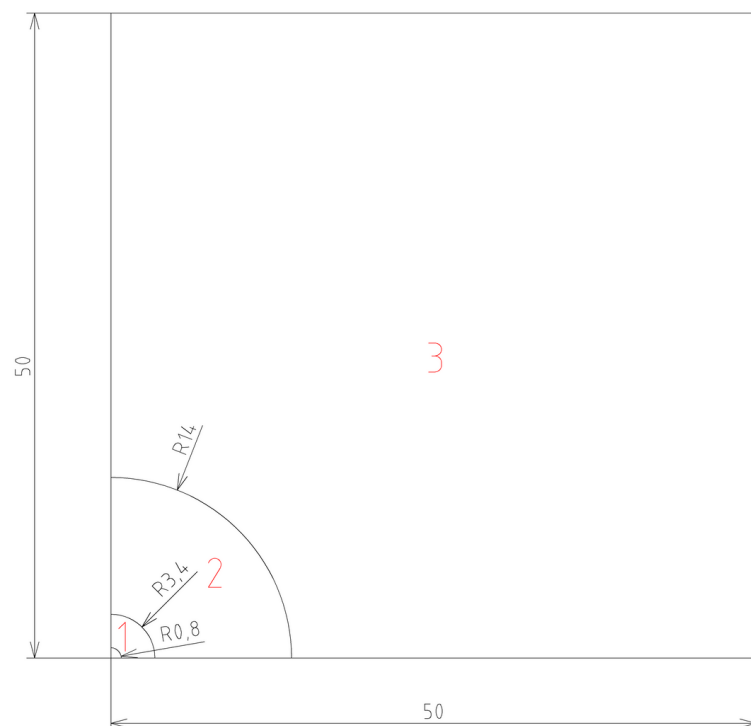
3.3.1. 2D model priechodnej diery

Ako materiál bola volená konštrukčná oceľ s modulom pružnosti $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa a Poissonovým pomerom $\mu = 0,3$.

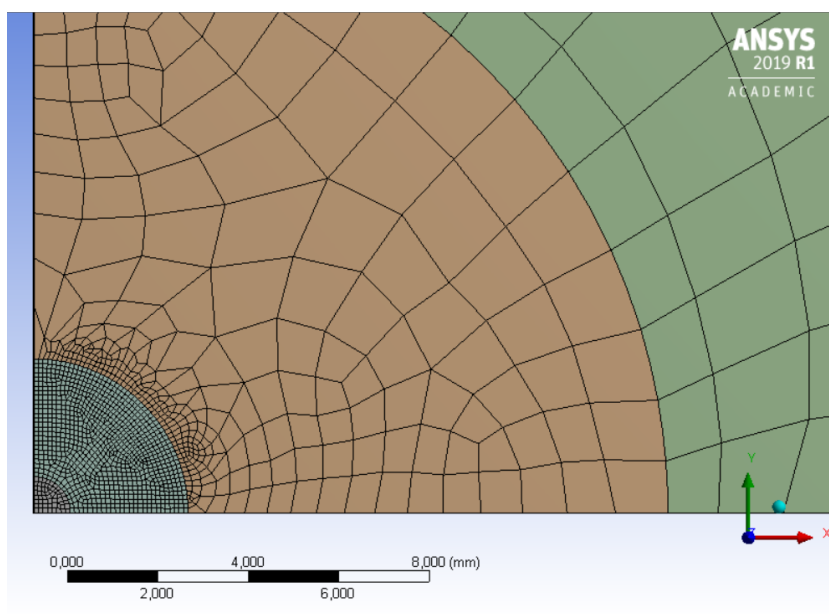
Z dôvodu symetrie úlohy stačí vymodelovať jednu štvrtinu steny, geometria sa u priechodnej diery v smere výšky steny nemení a zároveň je napätie v tomto smere nulové. Preto je možné riešiť úlohu ako 2D – rovinnú napätosť. Celkovo má model rozmery 50x50x3 mm. Musí byť dostatočne rozľahlý, aby sa dal považovať z hľadiska výpočtu za nekonečný a zároveň dostatočne tenký. Model bol vytvorený zo štyroch telies *Surface Bodies*. Jedno z nich predstavuje vyvrtávanú dieru, ostatné slúžia na lepšiu editáciu a manipuláciu so sieťou konečných prvkov. Nakoniec bola z telies vytvorená jedna súčasť pomocou príkazu *Form new part*.

Pri tvorbe geometrie bol model rozdelený na 3 časti. Časť 1 predstavuje dieru s najbližším okolím a končí na vonkajšej hrane tenzometrov. Táto oblasť musí obsahovať najjemnejšie delenie geometrie na elementy. Bola tu zvolená veľkosť elementov 0,15 mm. Oblasť 2 je prechodová, elementy sa postupne zväčšujú až po oblasť 3, kde už na veľkosť elementov nie je kladená žiadna požiadavka, generácia siete je tu ponechaná automatická.

Väzby a zaťaženie aplikované na model sú zobrazené na obrázku 3.9. Symetria bola vytvorená pomocou zamedzenia posuvov v smere osi kolmej na os symetrie. Nulové posuvy



Obr. 3.7: Schéma vytvorenej geometrie

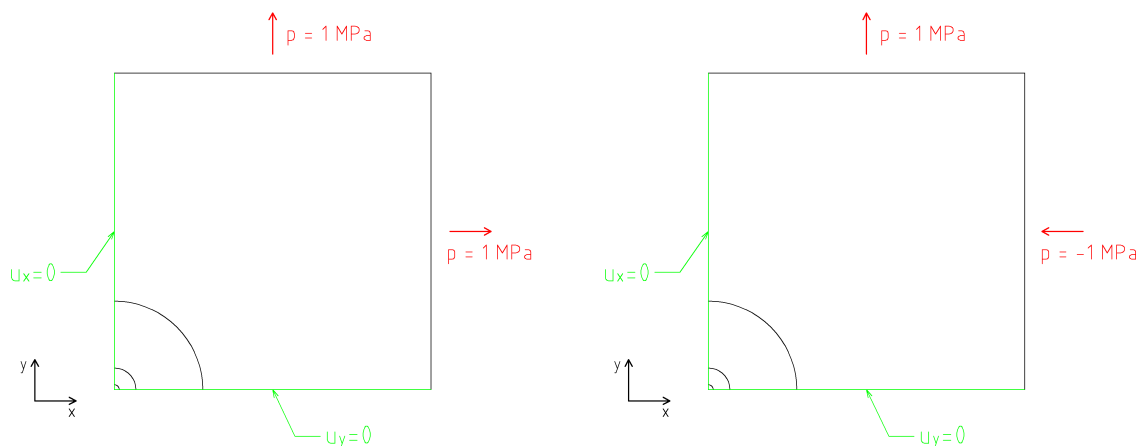


Obr. 3.8: Sieť konečných prvkov v okolí diery

boli vytvorené príkazom *Displacement*. Tlak bol nahradený silou, tak aby zostala jeho hodnota neznemená. Tlaku 1 MPa odpovedá sila 150 N.

Uvoľnená deformácia sa určí odčítaním deformácie telesa s dierou od deformácie telesa bez diery. Proces vŕtania bol simulovaný pomocou funkcie Element Birth and Death, ktorá udáva, či je prvok aktívny a súčasťou modelu alebo nie.

3.3. MODEL ODVŔTAVANIA DIERY



Obr. 3.9: Schéma okrajových podmienok

Výpočet prebiehal v 4 krokoch:

1. Teleso bez diery bolo zaťažené rovnomernou deformáciou (prvok Diera bol aktívny).
2. Teleso bez diery bolo zaťažené šmykovou deformáciou (prvok Diera bol aktívny).
3. Teleso s dierou bolo zaťažené rovnomernou deformáciou (prvok Diera bol neaktívny).
4. Teleso bez diery bolo zaťažené šmykovou deformáciou (prvok Diera bol neaktívny).

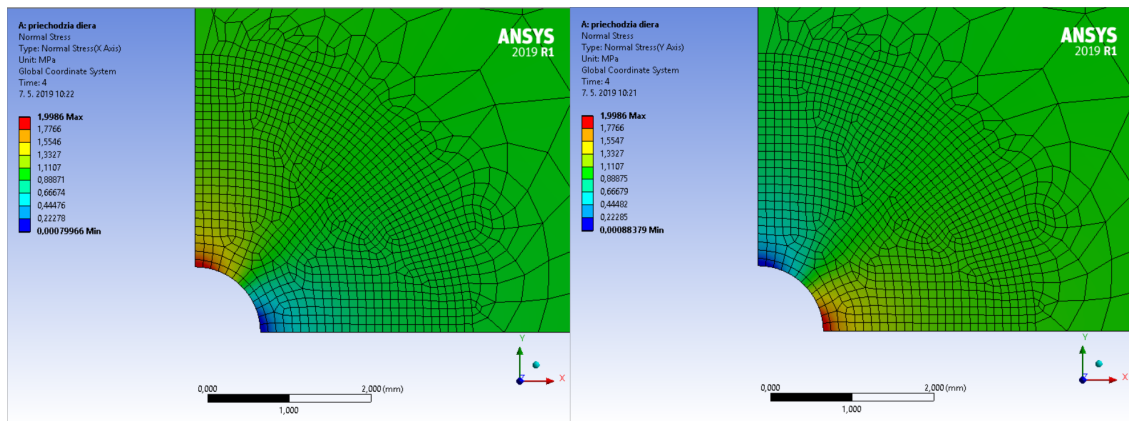
Kalibračné koeficienty A a B sa určujú z celej plochy tenzometrickej mriežky. V tomto modeli bola volená veľmi jednoduchá náhrada celej plochy pomocou viacerých ciest. Celkovo bolo vytvorených 7 ciest predstavujúcich jeden tenzometer. Cesty boli v pravidelných rozostupoch od osi symetrie až po kraj tenzometru vo vzdialenosti 0,3365 mm. Na jednej ceste sa nachádzalo 40 bodov v ktorých sa vyhodnocovalo radiálne pretvorenie. Jeden tenzometer pozostával z 280 bodov.

Výstupom výpočtu boli hlavné napätia po celej ploche objektu a radiálne pretvorenie po jednotlivých cestách v každom kroku. Následne sa od seba odčítali deformácie telesa s dierou a bez diery a numerickou integráciou sa určila stredná hodnota tohto rozdielu. Nakoniec boli určené koeficienty a a b a boli overená ich správnosť.

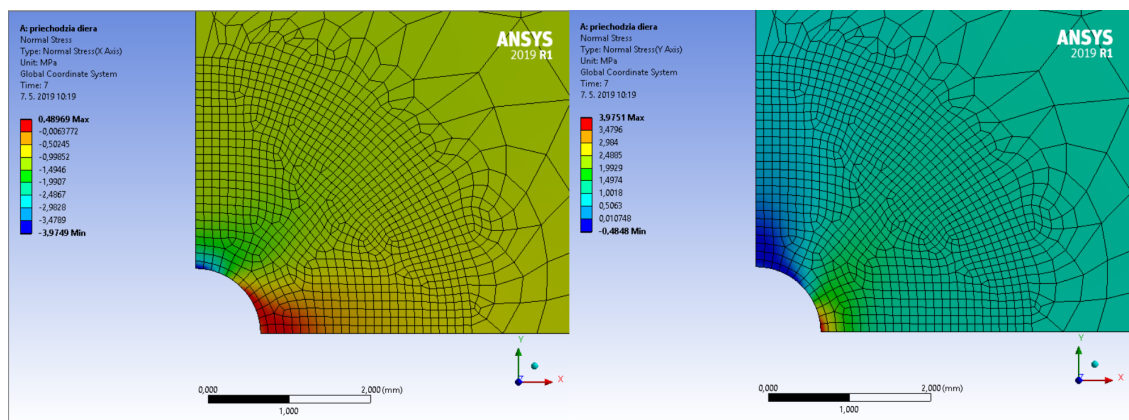
Z tabuľky 3.2 je vidno, že výpočet má veľmi vysokú presnosť. Ďalšie spresnenie by mohlo byť dosiahnuté pridaním ciest alebo zvýšením počtu bodov na jednej ceste. Keďže je však ANSYS založený na numerickej a približnej metóde, je možné, že by k ďalšiemu spresneniu výsledkov nedošlo.

Tabuľka 3.2: Porovnanie výsledkov pre priechodnú dieru

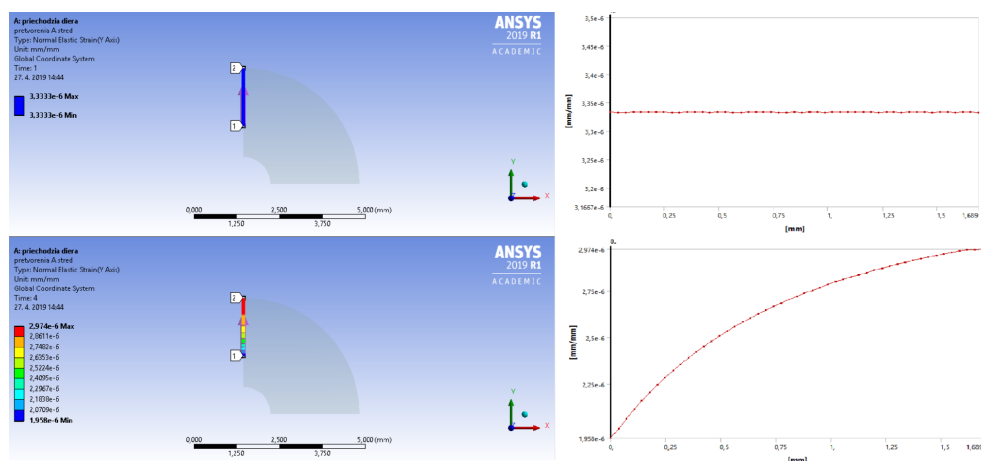
	vlastný výpočet	analyticky
koeficient a	-0,10919	-0,1090
koeficient b	-0,36925	-0,3715



Obr. 3.10: Normálové napätia pri rovnomernej rovinnej napätosti



Obr. 3.11: Normálové napätia pri šmykovej napätosti

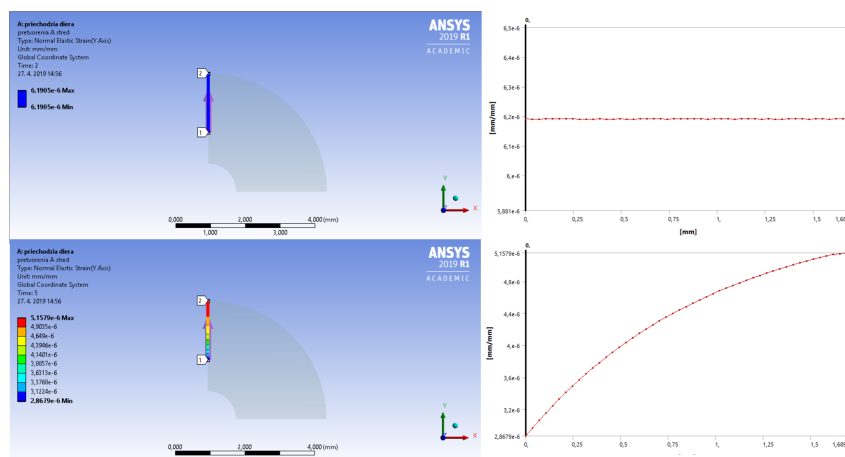
Obr. 3.12: Priebehy pretvorení pre určenie koeficientu A , teleso bez diery (hore) a s dierou (dole)

3.3.2. 3D model nepriechodnej diery

Ako materiál bola opäť volená konštrukčná oceľ ($E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $\mu = 0,3$).

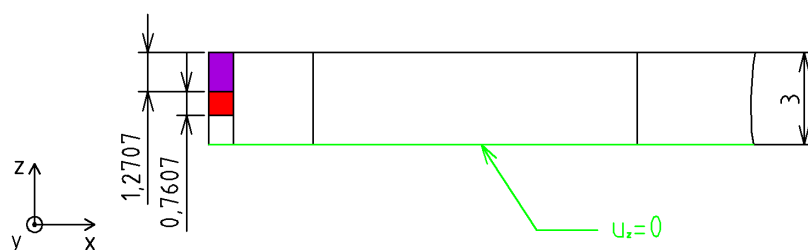
Úloha je stále symetrická, modelovaná bola štvrtina celého objektu. Pohľad zhora zostáva identický s predchádzajúcim prípadom. Tentokrát sa však jedná o 3D úlohu,

3.3. MODEL ODVŔTAVANIA DIERY



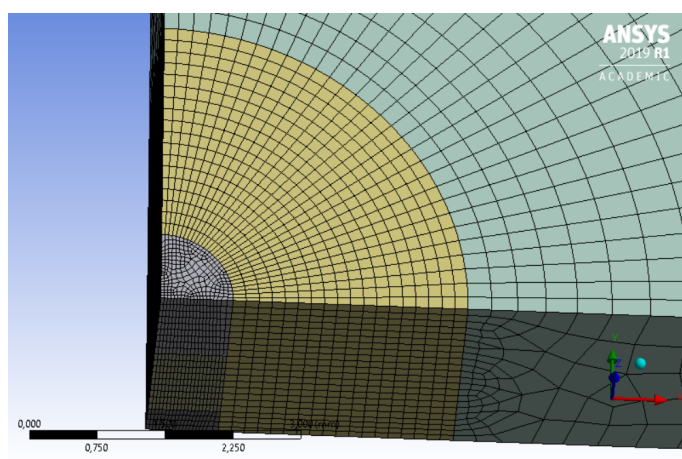
Obr. 3.13: Priebehy pretvorení pre určenie koeficientu B , teleso bez diery (hore) a s dierou (dole)

diera bola odvrátná na dva úbery materiálu (v hĺbke $0,5 \cdot R_m$ a $0,8 \cdot R_m$), každý z nich bol simulovaný jedným telesom. Dostávame tak celkovo 6 telies *Solid Bodies*.



Obr. 3.14: Schéma bočného pohľadu na 3D model

Delenie na prvky je veľmi podobné predchádzajúcemu prípadu. Oblasť 1 obsahuje elementy o veľkosti 0,15 mm. Oblasť 2 je prechodová s rastúcou veľkosťou prvkov a oblasť 3 má automaticky vytvorené prvky. Navyše je však okolie diery po výške rozdelené na viacero prvkov o veľkosti 0,15 mm.



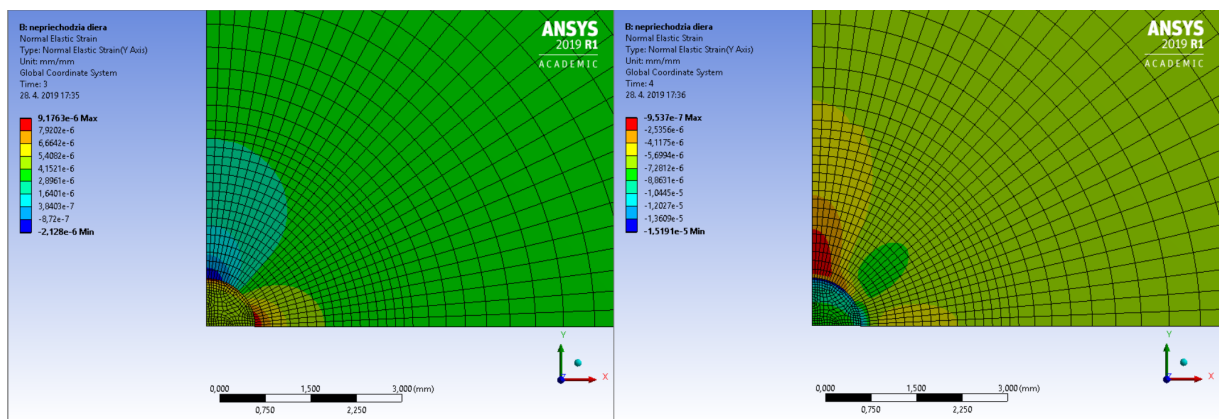
Obr. 3.15: Detail siete v okolí diery

V 3D úlohe pribúda posuv v smere osy z , väzba v tomto smere bola aplikovaná na spodnú stranu steny. Ostatné okrajové podmienky zostali nezmenné.

3. ZVYŠKOVÁ NAPÄTOSŤ

Pre tento model bolo uvažovaných 6 záťažných stavov - rovnomerná a šmyková deformácia pre teleso bez diery, s dierou odvrátnou do polovice a s úplnou nepriechodnou dierou. Cesty tenzometrickej mriežky sa nachádzajú na povrchu telesa.

Pre nepriechodnú dieru nie je možné stanoviť hodnoty koeficientov analyticky. Porovnané preto boli s numerickým riešením z [7]. Z výsledkov možno usúdiť, že tento model je menej presný než predchádzajúci 2D model. Chyba však nepresahuje 5 %, pridaním ďalších ciest pre tenzometrickú mriežku by zrejme došlo k určitému spresneniu. Radiálne pretvorenie pri rovnomernej deformácii sa po šírke tenzometra veľmi nemení na rozdiel od prípadu šmykovej deformácie, zrejme z tohto dôvodu je chyba koeficientov a menšia ako chyba koeficientov b .



Obr. 3.16: Normálové pretvorenie v ose y (pre tenzometer A) pre rovnomernú (vľavo) a šmykovú deformáciu (vpravo)

Tabuľka 3.3: Experimentálne dáta pre výpočet zvyškových napätí

	vlastný výpočet	výpočet [7]	chyba (%)
koeficient a ($0,5 \cdot R_m$)	-0,13164	-0,1297	1,5
koeficient a ($0,8 \cdot R_m$)	-0,12972	-0,1279	1,4
koeficient b ($0,5 \cdot R_m$)	-0,32687	-0,3341	2,2
koeficient b ($0,8 \cdot R_m$)	-0,36666	-0,3832	4,3

3D model vykazuje pomerne vysokú chybu oproti kontrolnému výpočtu. Z toho dôvodu bola následne volená hrubšia sieť - o veľkosti elementu 1 mm a jemnejšia sieť - z dôvodu výpočtového času bola zjemnená len mierne, na 0,1 mm. Následne boli porovnané hodnoty kalibračných koeficientov v hĺbke $0,5 \cdot R_m$. Z tabuľky plynie, že kvalita siete mierne ovplyvňuje výsledky. Spresnenie by však bolo vhodnejšie docieľiť inými spôsobmi, napríklad zväčšením počtu bodov predstavujúcich tenzometer alebo zlepšením topológie siete v oblasti 3. To však prekračuje rozsah tejto práce, tu vytvorený model je dostatočný na utvorenie prehľadu o odvráťavacej metóde.

Tabuľka 3.4: Vplyv kvalite siete na výpočet

	chyba koeficientu a (%)	chyba koeficientu b (%)
jemná sieť	1,4	2,1
pôvodná sieť	1,5	2,2
hrubá sieť	6,2	4,1

3.4. Výpočet podľa normy ASTM E-837-01

Meranie a následný výpočet zvyškových napätí je regulovaný podľa normy ASTM E-837-01. Táto časť práce sa zameria na aplikáciu postupov popísaných normou na konkrétny výpočet. Problém bol spracovaný v programovacom jazyku *Python*.

Tabuľka 3.5: Experimentálne dáta pre výpočet zvyškových napätí

h	A	B	ε_1 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	ε_2 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	ε_3 [$\mu\text{m}/\text{m}$]
0,1	-0,10016231	-0,14871777	-12,492379	-23,609714	-12,492379
0,2	-0,23441921	-0,34750507	-29,238476	-55,214551	-29,238476
0,3	-0,38378733	-0,57524509	-47,872448	-90,870490	-47,872448
0,4	-0,53364493	-0,81432271	-66,570147	-12,743608	-66,570146
0,5	-0,67402255	-1,05055782	-84,087377	-162,60660	-84,087377
0,6	-0,79901425	-1,27389364	-99,686644	-194,89233	-99,686644
0,7	-0,90594555	-1,47817161	-113,03358	-223,49831	-113,03358
0,8	-0,99444770	-1,66044985	-124,08169	-248,15810	-124,08169
0,9	-1,06557724	-1,82008000	-132,96260	-268,95499	-132,96260
1,0	-1,12113986	-1,95787963	-139,90177	-286,17587	-139,90177

Experimentálne získané dáta jednotlivých pretvorení a kalibračných koeficientov sa nachádzajú v tabuľke 3.5. h je bezrozmerná hĺbka zatiaľ odvírtanej diery, nasledujúce údaje v danom riadku sa vťahujú k tejto hĺbke.

Prvým krokom po načítaní nameraných dát do vektorov a deklarovaní základných premenných potrebných pre výpočet je vykreslenie pretvorení ε_1 , ε_2 , ε_3 v závislosti na hĺbke h . Cieľom je zistiť, či sa tieto závislosti správajú spojitاً a hladko a odhaliť či niektoré z hodnôt výrazne nevyčnievajú. V prípade nedostatočnej hladkosti a veľkých chýb by bolo potrebné meranie odvírtavacou metódou opakovať. Pretvorenia majú po hĺbke hladký priebeh, nedochádza k žiadnym vybočeniam ani zjavným chybám. Je možné zhodnotiť, že meranie bolo uskutočnené správne a vo výpočte pokračovať.

```
h, e1, e2, e3 = np.loadtxt('MERENI.txt', unpack=True)
h, A, B = np.loadtxt('KOEFIICIENTY.txt', unpack=True)
```

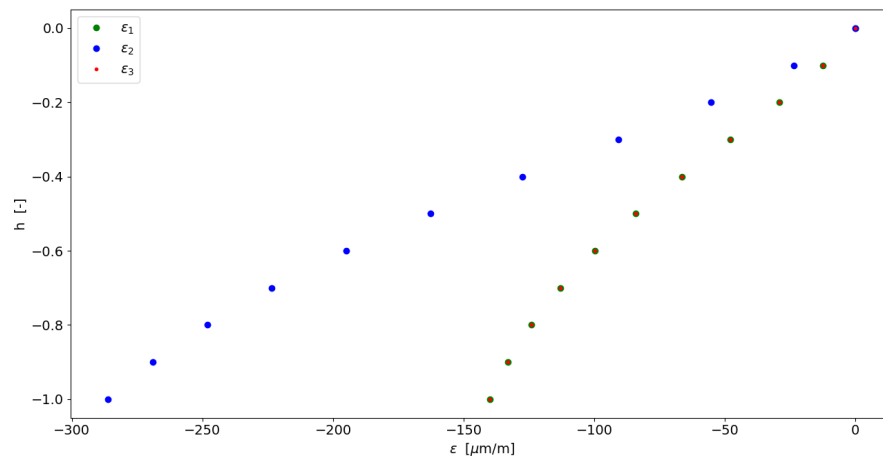
Keďže výpočet prebieha v niekoľkých hĺbkach, bude využitý for cyklus a tak je potrebné pripraviť pre neho štartovacie hodnoty.

```
p = np.zeros(len(e1))
q = np.zeros(len(e1))
t = np.zeros(len(e1))
sumaP = sumaQ = sumaT = sumaA = sumaB = 0
```

V tabuľke 3.5 sa nachádzajú koeficienty A, B , ktoré sú závislé na materiálových charakteristikách, avšak norma ASTM E-837-01 používa vo výpočte koeficienty a a b . Preto dochádza k ich prepočtu.

```
a = -E*A/(1+mu)
b = -E*B
```

Pre každú trojicu ε_1 , ε_2 , ε_3 sa určia pretvorenia p , q a t podľa rovnice 3.12. Výsledky sa opäť zaznamenávali do vektorov.



Obr. 3.17: Pribeh pretvorení po hĺbke odvrátanej diery

V každej hĺbke diery sa pretvoreniam priradia dané koeficienty a a b uvedené v tabuľke 3.5, ktoré boli určené metódou konečných prvkov.

V zdrojovom kóde sa s výhodou využije už zavedený for cyklus, v ktorom sa vypočítajú všetky sumy samostatne.

```
for i in range(1, len(e1)):
    p[i] = (e3[i] + e1[i]) / 2
    q[i] = (e3[i] - e1[i]) / 2
    t[i] = (e3[i] + e1[i] - 2 * e2[i]) / 2
    sumaP = sumaP + p[i] * a1[i]
    sumaQ = sumaQ + q[i] * b1[i]
    sumaT = sumaT + t[i] * b1[i]
    sumaA = sumaA + (a1[i]) ** 2
    sumaB = sumaB + (b1[i]) ** 2
```

Hodnoty P , Q a T sú skaláry, z ktorých sa určia napätia σ_x , σ_y a τ_{xy} v kartézskom súradnom systéme, hlavné napätia σ_I , σ_{II} a uhol β , tak ako je uvedené vo vzťahoch 3.16 - 3.18.

```
P = -E * sumaP / (sumaA * (1 + mu))
Q = -E * sumaQ / (sumaB)
T = -E * sumaT / (sumaB)
sx = (P - Q)
sy = (P + Q)
beta = (1 / 2) * np.arctan2(-T, -Q) * 180 / pi
sI = P + np.sqrt(Q ** 2 + T ** 2)
sII = P - np.sqrt(Q ** 2 + T ** 2)
```

Výstupom sú hodnoty σ_I , σ_{II} a β .

```
s1 = 200.0
s2 = 50.0
beta = 45.0
```


4. Neistoty pri výpočte zvyškových napätí

Norma ASTM E-837-01 uvádza, že chyba pri meraní a výpočte homogénnych zvyškových napätí by nemala presiahnuť 10%. To platí, pokiaľ sú napätia skutočne homogénne po hĺbke a proces samotného odvírtavania nevyvoláva v súčasti príliš veľké dodatočné napätie. Chyba bola určená na základe porovnaní výsledkov viacerých nezávislých testov. Ich počet sa pohyboval rádovo v stovkách [1].

Bližšie vplyv jednotlivých parametrov a možnosť korekcie ich vplyvu na výsledok analyzovali Scafidi, Valentini a Zuccarello v [2]. Cieľom tejto práce bude overenie nimi dosiahnutých výsledkov a rozšírenie analýzy v zmysle korelácie jednotlivých parametrov. Určenie neistôt sa uskotoční na konkrétnom príklade a následne sa zhodnotí ich vplyv.

4.1. Neistoty vstupných parametrov

Pri výpočte zvyškových napätí môžu nasledujúce veličiny zásadne ovplyvniť výsledok:

1. Youngov modul pružnosti E ,
2. Poissonovo číslo μ ,
3. pretvorenia pod jednotlivými tenzometrami v jednotlivých hĺbkach ε_{ji} ,
4. kalibračné koeficienty a_i a b_i ,

Modul pružnosti a Poissonovo číslo sú materiálovými charakteristikami a závisia na chemickom a štruktúrnem zložení materiálu konkrétneho vzorku. Veľkosť neistoty týchto charakteristík vyplýva z tejto skutočnosti a odpovedá neistotám uvažovaným pri stochastickom modelovaní nosníkov.

Pretvorenia ε_{ji} sú merané tenzometrami na základe zmeny elektrického odporu podľa vzťahu

$$\varepsilon_{ji} = \frac{1}{K} \frac{\Delta R_{ji}}{R_0}, \quad (4.1)$$

kde K je kalibračný faktor tenzometrickej ružice, R_0 hodnota elektrického odporu jednotlivých tenzometrov a ΔR_{ji} zmena odporu vplyvom deformácie. Okrem neistôt týchto faktorov vstupuje do celkovej neistoty aj neistota meracieho zariadenia $u(W)$, nazývaná aj neistota Wheatstoneovho mostíka súvisiaca s elektrickým obvodom, ktorý je využitý v tenzometroch. V tu uvedenom prípade sú však už priamo známe jednotlivé pretvorenia a preto bude potrebné najprv určiť ich celkovú neistotu. Určí sa pomocou analytického vzťahu z [2]

$$u^2(\varepsilon_{ji}) = \left(\frac{\varepsilon_{ji}}{K}\right)^2 u^2(K) + \left(\frac{\varepsilon_{ji}}{R_0}\right)^2 u^2(R_0) + u^2(W). \quad (4.2)$$

Kalibračné koeficienty A a B uvedené v tabuľke 3.5 boli určené metódou konečných prvkov, pričom bol uvažovaný materiál s hodnotami $E = 2.1 \cdot 10^5$ MPa a $\mu = 0.3$. Následne boli určené koeficienty a a b , ktoré sú už na materiálových charakteristikách takmer nezávislé. Pre aplikovanie neistôt modulu pružnosti a Poissonovho čísla, rovnako aj ďalších parametrov ovplyvňujúcich kalibračné koeficienty by bolo potrebné numerické

4.2. VPLYV POČTU PRVKOV SIMULÁCIE

simulácie uskutočniť viacerokrát. Tento fakt bol zohľadnený pri určení neistôt, ktoré sú využívané v tomto výpočte.

Tabuľka 4.1 udáva konkrétne hodnoty variačných koeficientov, respektíve neistôt vstupujúcich do výpočtov.

Tabuľka 4.1: Stochastické hodnoty parametrov pre výpočet zvyškových napätí

parameter	stredná hodnota	variačný koeficient	smerodatná odchylka
K	1,95	1,5 %	0,03
R_0	120 Ω	0,35 %	0,420 Ω
$u(W)$	-	-	1 $\mu\text{m}/\text{m}$
A_i	-	-	0,001
B_i	-	-	0,005
E	$2,1 \cdot 10^5$ MPa	3 %	6300 MPa
μ	0,3	3 %	0,009

4.2. Vplyv počtu prvkov simulácie

Výpočet s uvažovaním neistôt bol opäť realizovaný metódou Monte Carlo. Dochádza v nej k náhodnému výberu z normálneho rozdelenia jednotlivých parametrov. Narozdiel od analytického riešenia tohto problému je tak treba výsledok, teda strednú hodnotu a smerodatnú odchylku hlavných napätí a uhlu ich natočenia, chápať ako náhodne generované číslo. Počet prvkov simulácie tak má vplyv na ich presnosť. Výpočet bol preto uskutočnený desaťkrát pre každý počet a následne boli vypočítané priemery daných hodnôt, ktoré by mali utvárať lepšiu predstavu o skutočnej veľkosti neistoty. Dáta sú spracované v nasledujúcej tabuľke. Tá okrem spriemerovaných stredných hodnôt a neistôt uvádza aj odchylky od teoretickej hodnoty určenej v predchádzajúcej kapitole.

Tabuľka 4.2: Priemerované hodnoty pre rôzne počty prvkov v simulácii

počet	$\mu(\sigma_I)$ [MPa]	$u(\sigma_I)$ [MPa]	$\mu(\sigma_{II})$ [MPa]	$u(\sigma_{II})$ [MPa]	$\mu(\beta)$ [°]	$u(\beta)$ [°]
100	200,027	5,894	49,936	2,081	44,999	0,147
1 000	200,053	6,167	50,012	2,231	45,001	0,143
10 000	199,982	6,149	49,994	2,224	45,000	0,143
100 000	199,995	6,137	50,004	2,221	45,000	0,143
500 000	200,005	6,144	50,007	2,221	45,000	0,143

S rastúcim počtom simulácii sa znižuje odchylka od teoretickej hodnoty a výpočet by mal byť aj presnejší. Nie je to však pravidlom, pretože sa stále jedná o hodnotenie náhodných veličín. Zväčšovaním matic však rastie aj výpočetný čas, preto je potrebné nájsť

Tabuľka 4.3: Odchylky od teoreticky presnej hodnoty

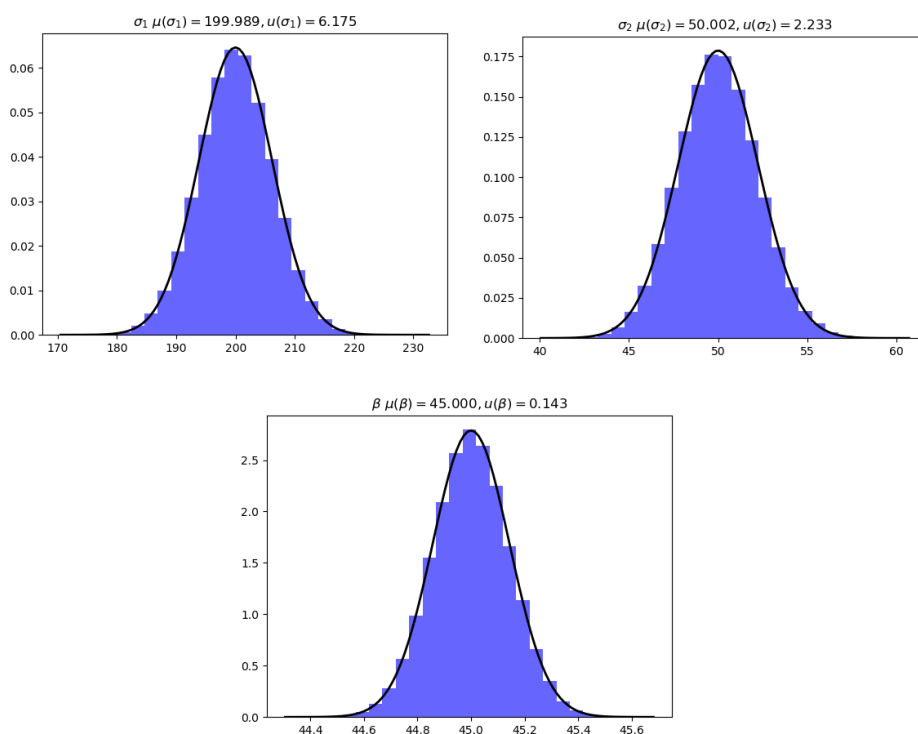
počet	$\Delta\mu(\sigma_I) \cdot 10^{-2}$ [MPa]	$\Delta\mu(\sigma_{II}) \cdot 10^{-2}$ [MPa]	$\Delta\mu(\beta) \cdot 10^{-2}$ [°]
100	2,742	6,444	0,116
1 000	5,314	1,153	0,094
10 000	1,824	0,590	0,015
100 000	0,529	0,353	0,021
500 000	0,547	0,720	0,001

optimálnu hodnotu, ktorá poskytuje dostatočnú presnosť spoločne s rýchlym výpočtom. Pre ďalšie analýzy tak bude uvažovaná hodnota 100 000 prvkov.

4.3. Vyhodnotenie stochastického výpočtu

Po určení počtu prvku a neistôt všetkých vstupných parametrov je možné prejsť k samotnému výpočtu a určiť kumulatívny vplyv neistôt na výsledok. Výstupom tejto časti sú histogramy popisujúce hlavné napätia a uhol ich natočenia. Variačné koeficienty dané rovnicou 4.3 sú v zhode s faktom uvádzanom v norme ASTM E-837-01, že chyba výpočtu by pri dodržaní podmienok nemala presiahnuť 10 %.

$$\begin{aligned} v(\sigma_1) &= \frac{u(\sigma_1)}{\mu(\sigma_1)} = \frac{6,175}{199,989} = 3,088\% \\ v(\sigma_2) &= \frac{u(\sigma_2)}{\mu(\sigma_2)} = \frac{2,233}{50,002} = 4,466\% \\ v(\beta) &= \frac{u(\beta)}{\mu(\beta)} = \frac{0,143}{45,000} = 0,317\% \end{aligned} \quad (4.3)$$



Obr. 4.1: Histogramy hlavných napätí a ich natočenia

4.4. Korelácia výstupov s parametrami

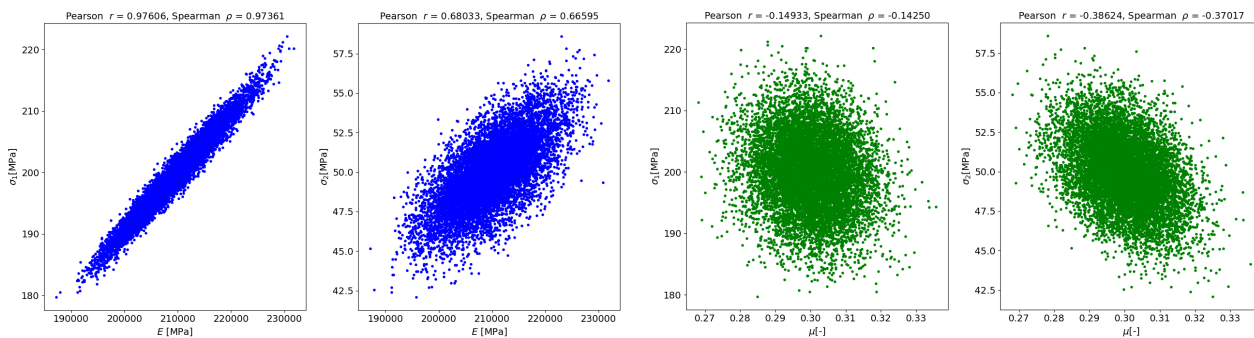
Pre posúdenie vzťahov medzi vstupmi a výstupmi bola ďalej posúdená korelácia medzi nimi. Je vyjadrená pomocou dvoch korelačných koeficientov - Pearsonovho a Spearmanovho.

4.4. KORELÁCIA VÝSTUPOV S PARAMETRAMI

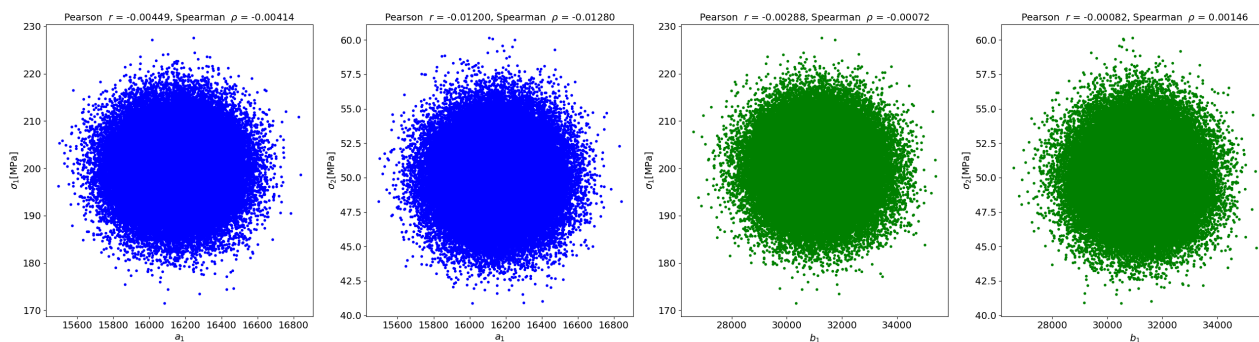
Pearsonov koeficient, označovaný r , nadobúda hodnoty od -1 do 1 a vyjadruje lineárnu koreláciu medzi dvomi náhodnými veličinami. 1 značí najsilnejšiu kladnú lineárnu koreláciu, -1 zápornú a 0 značí, že medzi veličinami nie je žiadny vzťah.

Spearmanov koeficient, označovaný ρ , taktiež nadobúda hodnoty od -1 do 1, ale je všeobecnejší, nevyžaduje aby bol medzi veličinami lineárny vzťah. Vyjadruje ako dobre je možné popísať tento vzťah monotónnou funkciou.

V knižnici *Scipy* sú oba tieto koeficienty priamo zahrnuté ako funkcie a vo výpočte sú takto použité. V prvom kroku je skúmaná korelácia pre vstupné parametre z tabuľky 4.1.



Obr. 4.2: Korelácia hlavných napätí s modulom pružnosti E (vľavo) a Poissonovým pomerom μ (vpravo)

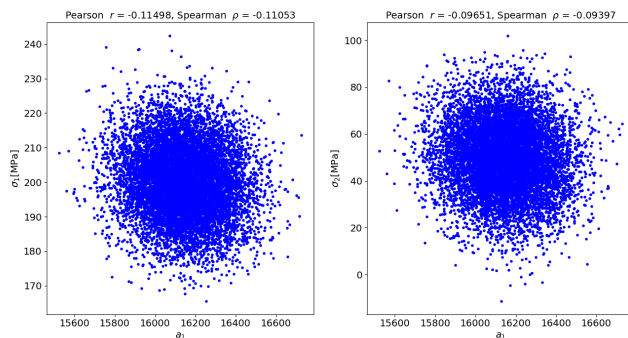


Obr. 4.3: Korelácia hlavných napätí s koeficientom a_1 (vľavo) a koeficientom b_1 (vpravo)

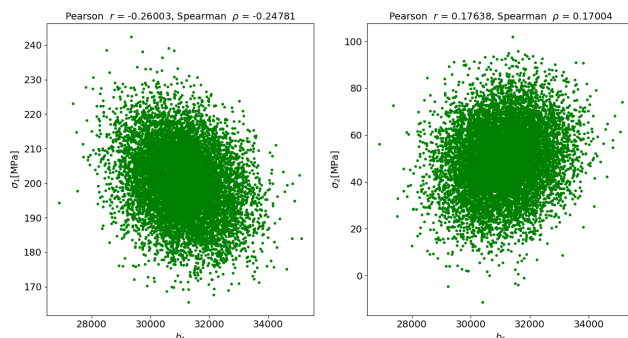
Z grafov a koeficientov plynie, že veľkosť hlavných napätí najsilnejšie koreluje s modulom pružnosti E , kedy pri napätí σ_1 dosahujú korelačné koeficienty takmer hodnotu 1. Slabšia korelácia sa ukazuje pri Poissonovom čísle μ , no stále je možné pozorovať určitú závislosť. Naopak kalibračné koeficienty a a b majú v tejto konfigurácii hodnoty korelačných koeficientov veľmi blízke 0. Keďže sa v každej hĺbke určujú kalibračné koeficienty nezávisle a následne sa priemerujú, nie je možné určiť vzťah medzi nimi a hlavnými napätiami. Preto boli určené pre jednotlivé hĺbky hlavné napätia samostatne a následne bola zhodnotená korelácia.

Celkovo sa dá zhodnotiť, že hlavné napätia veľmi silne kladne korelujú s modulom pružnosti E , s Poissonovým číslom je ich korelácia slabšia a záporná. Kalibračné koeficienty nemajú s hlavnými napätiami žiadny korelačný vzťah, čo je však spôsobené charakterom výpočtu. Na analýzu vzťahov je vhodnejšie určiť priebeh korelačných koeficientov po hĺbke. V jednotlivých hĺbkach existuje určitý korelačný vzťah medzi kalibračnými ko-

4. NEISTOTY PRI VÝPOČTE ZVYŠKOVÝCH NAPÄTÍ

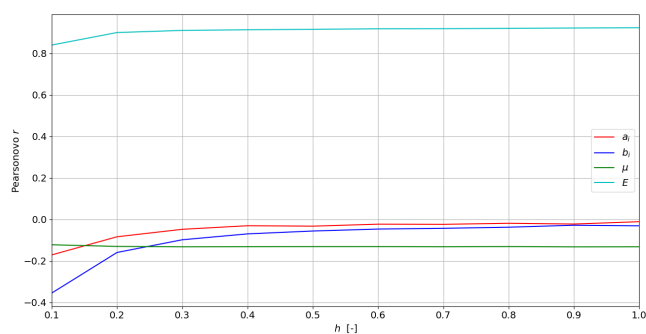


Obr. 4.4: Korelácia nepriemerovaných hlavných napätí s koeficientom a_1



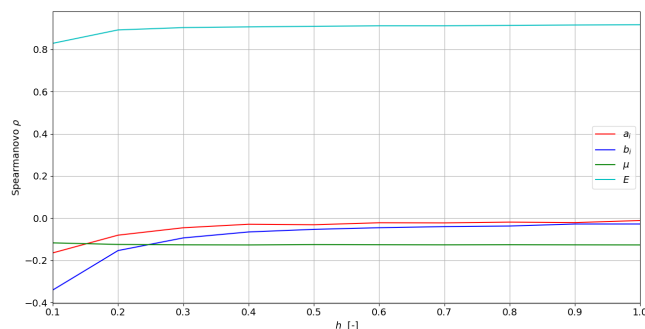
Obr. 4.5: Korelácia nepriemerovaných hlavných napätí s koeficientom b_1

eficientami a hlavnými napätiami. S rastúcou hĺbkou sa zmenšuje z dôvodu, že neistota je pre všetky koeficienty rovnaká, zatiaľ čo stredné hodnoty sa postupne zväčšujú. Vďaka priemerovaniu je vplyv neistoty kalibračných koeficientov na celkový výsledok značne potlačený, pričom ani pri skúmaní po hĺbke nepatria kalibračné koeficienty medzi najväčších tvorcov odchýliek.



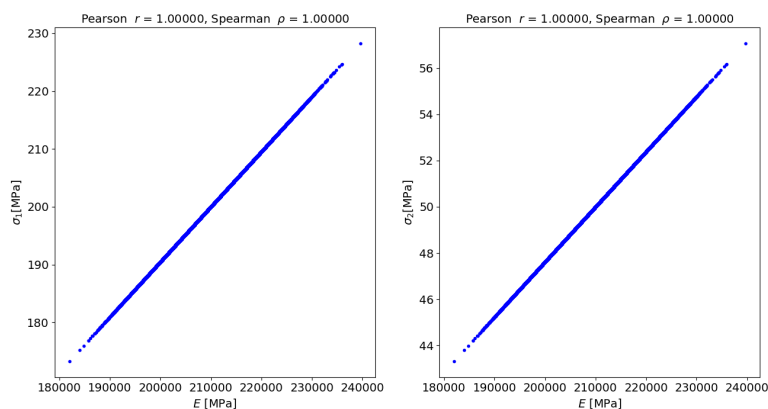
Obr. 4.6: Pearsonov korelačný koeficient v jednotlivých hĺbkach

4.4. KORELÁCIA VÝSTUPOV S PARAMETRAMI

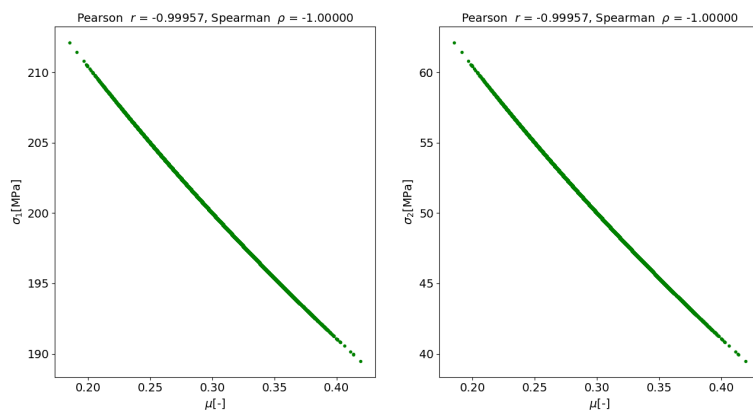


Obr. 4.7: Spearmanov korelačný koeficient v jednotlivých hĺbkach

Taktiež bude zaujímavé pozrieť sa na vzťah medzi vstupmi a výstupmi v prípade, že jedinou nenulovou neistotu bude mať analyzovaný vstup. Hlavné napätia majú na module pružnosti lineárny vzťah, Poissonovo číslo ukazuje slabo nelineárnu zápornú závislosť. Pri koeficiente a_1 je nelinearita zrejmejšia. Koeficient b_1 sa správa inak pre hlavné napätie σ_1 - hlavné napätie nelineárne klesá s rastúcim koeficientom a σ_2 - hlavné napätie nelineárne rastie s rastúcim koeficientom.

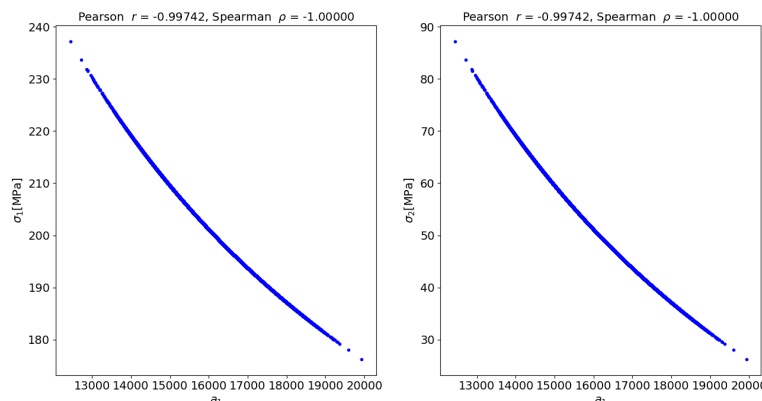


Obr. 4.8: Korelácia hlavných napätí s modulom pružnosti E , ostatné neistoty nulové

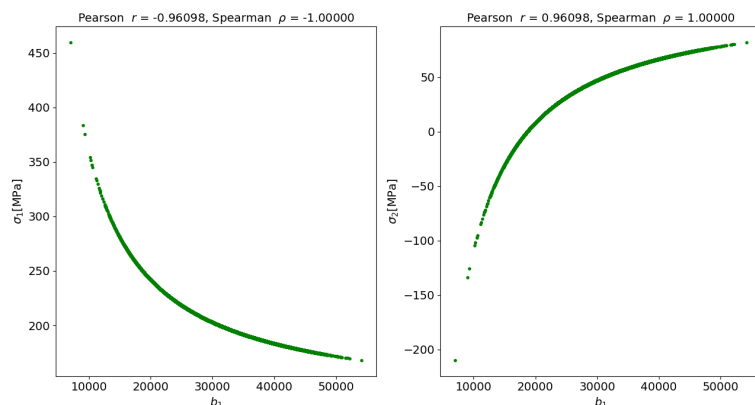


Obr. 4.9: Korelácia hlavných napätí s Poissonovým číslom μ , ostatné neistoty nulové

4. NEISTOTY PRI VÝPOČTE ZVYŠKOVÝCH NAPÄTÍ



Obr. 4.10: Korelácia hlavných napätí s koeficientom a_1 , ostatné neistoty nulové



Obr. 4.11: Korelácia hlavných napätí s koeficientom b_1 , ostatné neistoty nulové

4.5. Citlivosť

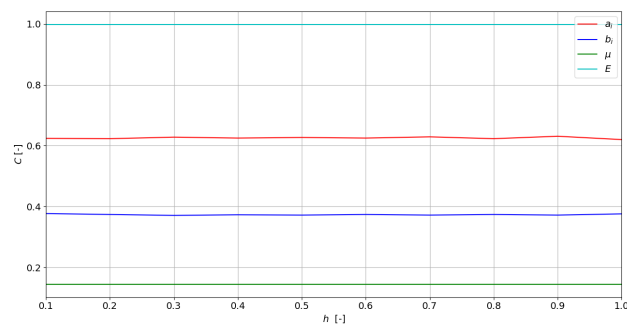
Na posúdenie vplyvu jednotlivých parametrov bola ďalej uskutočnená citlivostná analýza. Neistota skúmaného parametru bola ponechaná na hodnote použitej pri kumulatívnom posúdení neistôt a ostatné parametre zostali nominálne (s nulovou neistotou). Citlivosť bola určená ako podiel variačného koeficientu výstupu, teda hlavných napätí ku variačnému koeficientu skúmaného parametru. Udáva veľkosť smerodajnej odchylky hlavných napätí, ak je smerodajná odchylka vstupného parametru jedno percento.

$$C = \frac{v(\sigma_{1,2})}{v(x)} = \frac{\frac{u(\sigma_{1,2})}{\mu(\sigma_{1,2})}}{\frac{u(x)}{\mu(x)}} \quad (4.4)$$

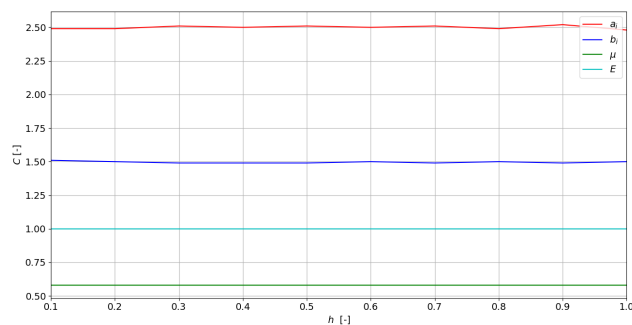
Opäť je potrebné uvedomiť si, že citlivosť bude rozdielna pre napätia vypočítané v konkrétnej hĺbke a pre priemerované napätia. Boli zanalyzované obe varianty. Citlivosť napätí na danom parametre bola vynesená do grafu v závislosti na hĺbke vrtania. V prípade nepriemerovaných napätí sú citlivosti po hĺbke konštantné. Citlivosť na module pružnosti E je pre obe napätia rovnaká, pri ostatných parametroch so znižujúcou sa strednou hodnotou citlivosť narastá. Pokiaľ sú však napätia priemerované dochádza k postupnému

4.5. CITLIVOSŤ

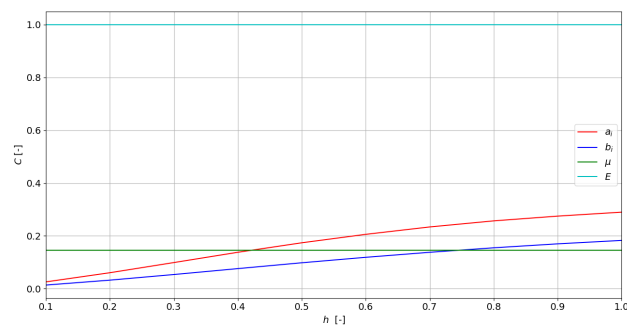
zvyšovaní citlivosti na kalibračných koeficientoch s rastúcou hĺbkou, pretože ich variačný koeficient klesá. Pre materiálové charakteristiky naďalej platí, že citlivosť je po hĺbke konštantná.



Obr. 4.12: Citlivosť nepriemerovaného σ_1 na jednotlivých v parametroch v závislosti na hĺbke

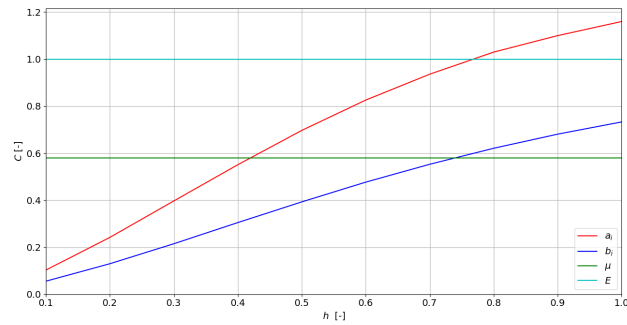


Obr. 4.13: Citlivosť nepriemerovaného σ_2 na jednotlivých v parametroch v závislosti na hĺbke



Obr. 4.14: Citlivosť priemerovaného σ_1 na jednotlivých v parametroch v závislosti na hĺbke

4. NEISTOTY PRI VÝPOČTE ZVYŠKOVÝCH NAPÄTÍ



Obr. 4.15: Citlivosť priemerovaného σ_2 na jednotlivých v parametroch v závislosti na hĺbke

Výstupom výpočty podľa normy ASTM sú priemerované napätia. Ďalšia časť sa tak zameria na ne a okrem samotnej citlivosti sa pozrie aj na kvantitavnú hodnotu neistoty plynúcej z jednotlivých parametrov. Výpočet je najcitlivejší na modul pružnosti E , zatiaľ čo neistoty kalibračných koeficientov sú eliminované priemerovaním.

Tabuľka 4.4: Smerodatné odchylky a citlivosti priemerovaných hlavných napätí

x	$u(x)$	$v(x)$	$u(\sigma_1)$	$v(\sigma_1)$	C	$u(\sigma_1)$	$v(\sigma_1)$	C
E	6300	3 %	6,004	3,002 %	1,001	1,501	3,002 %	1,001
μ	0,009	3 %	0,861	0,431 %	0,144	0,861	1,722 %	0,574
A_1	0,001	1 %	0,052	0,026 %	0,026	0,052	0,104 %	0,104
B_1	0,005	3,373 %	0,094	0,047 %	0,014	0,094	0,188 %	0,056

5. Záver

Hlavným cieľom tejto práce bolo zhodnotenie neistôt vznikajúcich pri výpočte zvyškových napätí, ktoré čitateľovi umožní posúdiť rozptyl výsledku pri známych neistotách vstupných parametrov. Tento text zároveň prináša základný náhľad na metódu vŕtania otvoru a proces výpočtu zvyškových napätí a MKP model odvírtavania.

Je tu popísaná simulácia metódou Monte Carlo, ktorá je demonštrovaná na napäťovo-deformačnej analýze prutov. Je dobré si uvedomiť, že napriek tomu že bezpečnosť k medznému stavu je väčšia ako jedna, existuje pravdepodobnosť že medzný stav aj tak nastane. Čitateľ ďalej môže využiť zdrojový kód v jazyku Python na nominálny aj stochastický výpočet zvyškových napätí, tak ako ho reguluje norma ASTM E-837-01. Nakoniec bol zhodnotený vplyv všetkých parametrov. Najväčší vplyv na výsledok má modul pružnosti, rozptyl Poissonovho pomeru nie je pre výpočet veľmi podstatný. Podľa normy sa vypočítané napätia v jednotlivých hĺbkach priemerujú, čo extrémne potláča vplyv neistoty kalibračných koeficientov na nepresnosť výpočtu.

Práca tak splnila všetky jej ciele: vytvorenie stochastického modelu prutov, výpočtového programu podľa normy ASTM a zhodnotenie neistôt pri tomto výpočte. Tu uvažovaný prípad je však ideálny a napätia sú po hĺbke homogénne. Ďalšie rozšírenie by bolo možné uvažovaním po hĺbke nehomogénnych napätí, excentricity vŕtaného otvoru, nesprávneho nastavenia nulovej polohy odvírtavacieho zariadenia a vplyvu zmeny teploty v okolí otvoru.

Literatúra

- [1] ASTM International. ASTM E 837-01. *Standard test method for determinig residual stresses by the hole-drilling strain-gage method*. West Conshohocken, 2002. PA 19428-2959.
- [2] Scafidi, M., Valentini, E. and Zuccarello, B. Error and Uncertainty Analysis of the Residual Stresses Computed by Using the Hole Drilling Method. *Strain*, 2011, roč. 47, č. 4, s. 301-312. ISSN 0039-2103.
- [3] Švaříček, K. *Využití numerických simulací a neuronových sítí ke zdokonalení odvrtávací metody.*, Brno, 2007. 125 s. Dizertačná práce na Fakultě strojního inženýrství Vysokého učení technického na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Školitel Doc. Ing. Miloš Vlk, CSc.
- [4] Sakai T., et. al. Statistical Distribution Patterns In Mechanical and Fatigue Properties of Metallic Materials. *Materials Science Research International*, roč. 2, č. 3 1997, s. 63-74. ISSN 1341-1683.
- [5] 911electronic. *Strain Gauge Theory – Types, Formulas And Applications* [online]. 2018, 3.1.2018 [cit. 2019-05-15]. Dostupné z <https://911electronic.com/strain-gauge/>
- [6] Hofmann, K. *Applying the Wheatstone Bridge Circuit*. 3. vyd. Darmstadt 1986: Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH.
- [7] Civín, A. *Stanovení zbytkové napjatosti metodou vrtání otvoru s využitím MKP*. Brno 2008. 91 s., 4 s. příloh. Diplomová na práce na Fakultě strojního inženýrství Vysokého učení technického na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedúci diplomovej práce Ing. Pavel Hlavoň, Ph.D.

Zoznam použitých skratiek a symbolov

a	tretina dĺžky priameho prutu
a	dĺžka trhliny na zakrivenom prute
A, a	kalibračný koeficient tenzometrickej ružice závisiaci, nezávisiaci na materiálových charakteristikách
b	šírka priečneho prierezu zakriveného prutu
B, b	kalibračný koeficient tenzometrickej ružice závisiaci, nezávisiaci na materiálových charakteristikách
$C(x)$	citlivosť na parameter x
d	priemer priameho prutu
D	priemer vŕtaného otvoru
D_0	charakteristický priemer tenzometrickej ružice
E	modul pružnosti v ťahu
F, F_A, F_{MAX}, F_x	sila, pôsobiaca v mieste A , maximálna, pôsobiaca v smere osi x
$f(\frac{a}{h})$	korekčná funkcia na konečnú šírku pásu
f_c, f_k, f_t	chyba v zmysle vzniku únavového lomu, makroplastickej deformácie, nestabilného šírenia trhliny
G_c, G_k, G_t	rozdielová bezpečnosť voči medznému stavu únavy, pružnosti, nestabilného šírenia trhliny
h	výška priečneho prierezu zakriveného prutu
h	bezrozmerná hĺbka vŕtaného otvoru
J	kvadratický moment priečneho prierezu
J_p	polárny moment priečneho prierezu
K	kalibračný faktor tenzometrickej ružice
K_I, K_{IC}, K_{TH}	faktor intenzity napätia, jeho kritická hodnota, pri ktorej dôjde k nestabilnému, stabilnému lomu
k_c, k_k, k_t	bezpečnosť voči medznému stavu únavy, pružnosti, nestabilného šírenia trhliny
L	dĺžka prutu
M, M_z	moment, v ose z

M_o, M_{oI}, M_{oMAX}	ohybový moment, na úseku 1, jeho maximálna hodnota
P, p	rovnorné ekvivalentné napätie, pretvorenie odpovedajúce tomuto napätiu
$p(x)$	pravdepodobnosť, že nastane jav x
q	líniové zaťaženie
Q, q	šmykové napätie pod uhlom 45° , pretvorenie odpovedajúce tomuto napätiu
r	Pearsonov parameter
R	polomer zakriveného prutu
R	elektrický odpor tenzometru
R_0	polomer vrtaného otvoru
R_1, R_2	vzdialenosť od stretu vrtanej diere po začiatok, koniec tenzometru
R_M	charakteristický rozmer tenzometrickej ružice
r_p	veľkosť plastickej zóny pod koreňom trhliny
s	stupeň statickej neurčitosti úlohy
T, t	šmykové napätie v rovine xy , pretvorenie odpovedajúce tomuto napätiu
$u(W)$	neistota Wheatstoneovho mostíka
$u(x)$	neistota parametru x
$v(x)$	variačný koeficient parametru x
w_A, w_f	prieťah v mieste A , pod silou F
x_I	súradnica lokálneho súradnicového systému na úseku 1
β	uhol, pod ktorým sa nachádza trhlina
β	uhol natočenia hlavných napätí
$\Delta(x)$	zmena, odchylka parametru x
$\varepsilon, \varepsilon_A, \varepsilon_1$	pomerné pretvorenie, pod tenzometrom A , iné označenie pre pretvorenie pod tenzometrom A
μ, μ_F, μ_M	použiteľná netriviálna podmienka statickej rovnováhy, silová, momentová
μ	Poissonov pomer

$\mu(x)$	stredná hodnota parametru x
ν	počet neznámych parametrov
$\Phi(x)$	hodnota distribučnej funkcie normovaného normálneho rozdelenia pre parameter x
φ_I	súradnica polárneho lokálneho súradnicového systému na úseku 1
ρ	merný elektrický odpor
ρ	Spearmanov parameter
σ_A, σ_a	kritická hodnota amplitúdy napätia, pri ktorej dôjde k vzniku únavovej trhliny, skúmana hodnota tejto amplitúdy
$\sigma_C, \sigma_K, \sigma_{pt}$	medza únavy, pružnosti, pevnosti
σ_I, σ_{II}	hlavné napätia
σ_n, σ_{red}	normálové, redukované napätie
σ_T	napätie v mieste trhliny
σ_x	napätie pôsobiace v smere osi x
$\tau, \tau_{AC}, \tau_{xy}$	šmykové napätie, pod tenzometrami A a C , pôsobiace v rovine xy